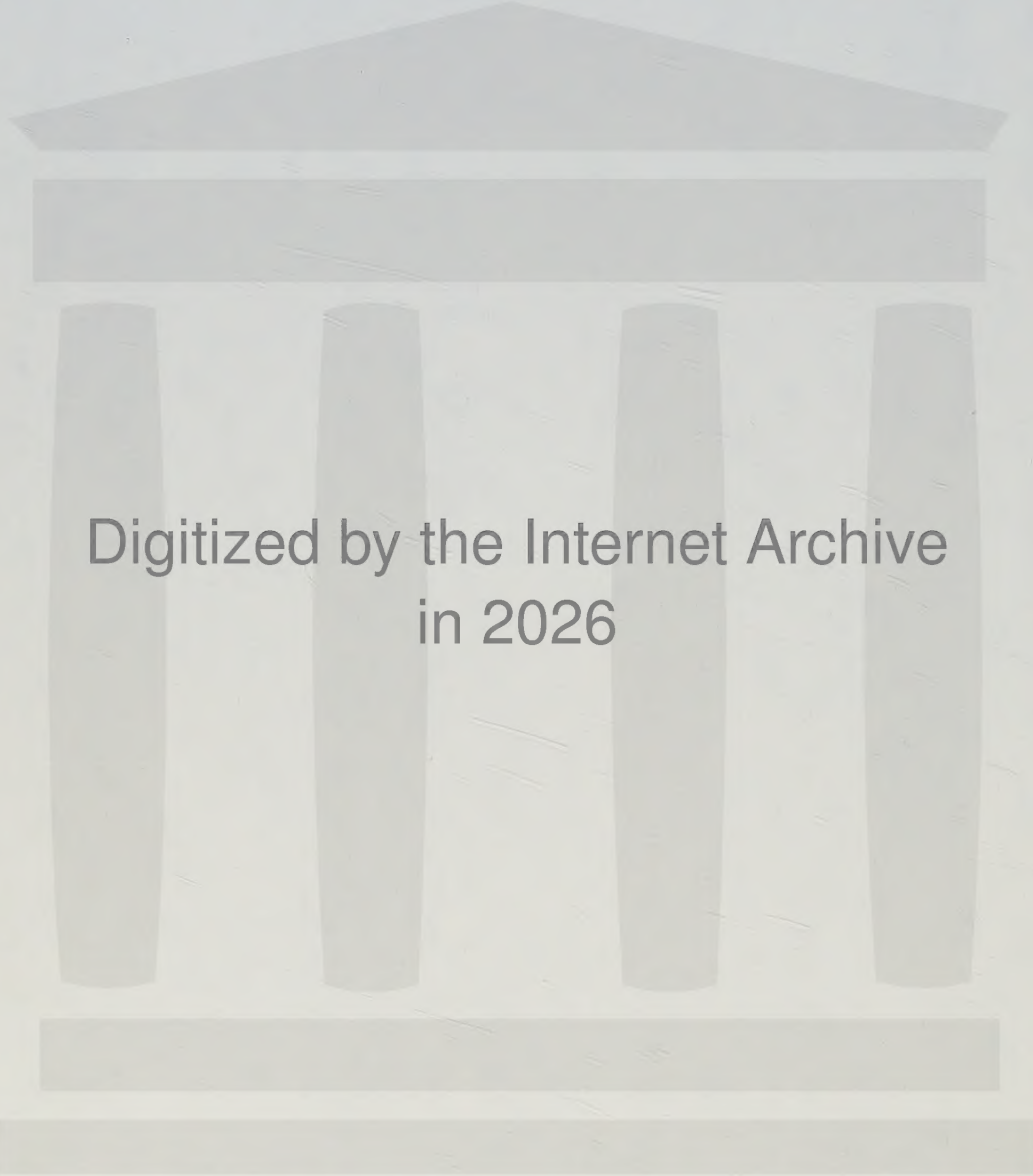


J Flahn.

Frankfurt a.M. 1902.



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41550809_0027

Kollektiver Ladungs- und Massentransfer
in Schwerionenreaktionen

Inaugural-Dissertation
zur
Erlangung des Doktorgrades
der Naturwissenschaften

vorgelegt beim Fachbereich Physik der
Johann Wolfgang Goethe-Universität
in Frankfurt am Main



von

Josef Hahn
aus Hausen bei Offenbach

Frankfurt am Main
November 1981

AN DER UNIVERSITÄT LEIDEN

IN DER RECHTSWISSENSCHAFT

AN DER UNIVERSITÄT LEIDEN

IN DER

RECHTSWISSENSCHAFT

AN DER UNIVERSITÄT LEIDEN

AN DER UNIVERSITÄT LEIDEN

IN DER RECHTSWISSENSCHAFT

AN DER UNIVERSITÄT LEIDEN



AN DER UNIVERSITÄT LEIDEN

IN DER RECHTSWISSENSCHAFT

AN DER UNIVERSITÄT LEIDEN

IN DER RECHTSWISSENSCHAFT

Gedruckt mit Genehmigung des Fachbereiches Physik der
Johann-Wolfgang-Goethe-Universität Frankfurt am Main

Dekan:	Prof. Dr. R. Dreizler
Erster Berichterstatter:	Prof. Dr. W. Greiner
Zweiter Berichterstatter:	Prof. Dr. J.A. Maruhn

Tag der mündlichen Prüfung: 8. Februar 1982

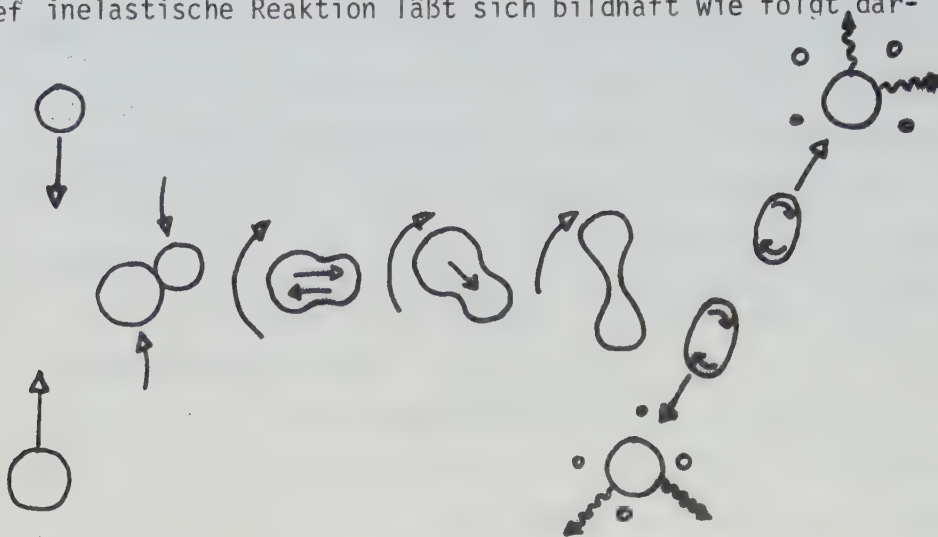
Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
2. Der Ladungs- und Massenasymmetriefreiheitsgrad - eine einfache Betrachtung	8
3. Der Ladungasymmetriefreiheitsgrad Die Reaktion $^{86}\text{Kr} + ^{92,98}\text{Mo}$	17
4. Der Massenasymmetriefreiheitsgrad	36
5. Diskussion der Ergebnisse Die Reaktionen $^{132}\text{Xe} + ^{120}\text{Sn}$ und $^{86}\text{Kr} + ^{166}\text{Er}$	50
6. Zusammenfassung und Ausblick	60
7. Anhang	
Interpolieren und Glätten	62
Einiges über Vergleich zwischen Theorie und Experiment	66
Literaturverzeichnis	70
Figurenbeschreibung	77
Tabellen	
Figuren	

Seit etwa zehn Jahren wird in vielen Teilen der Welt versucht, das periodische System der Elemente zu erweitern. Jenseits der bekannten Elemente bis $Z=106$ wird ein Gebiet relativ stabiler Kerne um $Z=114$ und $N=184$ vorhergesagt, die Insel der superschweren Elemente ¹⁻²). Das liegt an der besonderen Stabilität eines Kerns mit abgeschlossener Protonen- bzw. Neutronenschale. Bis jetzt sind jedoch alle Versuche gescheitert, diese Insel durch Fusion von schweren Targetkernen wie ^{166}Er , ^{208}Pb , ^{238}U mit schweren Ionen wie ^{48}Ca , ^{86}Kr , ^{208}Pb und ^{238}U zu erreichen. Es zeigte sich, daß die Compoundkernbildung mit wesentlich geringerem Wirkungsquerschnitt als erwartet erfolgte ($\sigma(Z=114) \leq 10^{-35} \text{ cm}^2$). Stattdessen wurde ein neuer Reaktionstyp bei Einschußenergien 1 bis 2 MeV/A über der Coulombbarriere gefunden, der "tief inelastische Reaktion", "Quasi-Spaltung" oder "stark gedämpfte Kollision" genannt wurde ³⁻⁵). Dieser Reaktionstyp ist durch folgende Eigenschaften charakterisiert:

- i) Die Winkelverteilung der Reaktionsprodukte ist stark anisotrop mit einem Maximum in der Nähe des Grazing-Winkels. Mit wachsender Einschußenergie werden die Peaks schmaler und sind zu Vorwärtswinkeln hin verschoben, wie es auch für streifende (grazing) Reaktionen beobachtet wird. Gleichzeitig tritt bei hohen Energien eine asymmetrische Komponente bei Vorwärtswinkeln auf, die um so bedeutender wird, je leichter das System ist.
- ii) Ein großer Teil der relativen kinetischen Energie im Eingangskanal wird in innere Anregung und Rotation der aneinander streuenden Kerne umgewandelt. Es werden auch Reaktionsprodukte beobachtet, deren kinetische Energie kleiner ist, als es der für Coulombabstoßung sphärischer Fragmente berechneten Energie entspricht.
- iii) Ereignisse, die einer großen Zahl von transferierten Nukleonen entsprechen, werden gemessen; dennoch sind die Massen der Reaktionsprodukte ähnlich der von Projektil und Target, d.h. sie sind um Projektil und Target herum konzentriert.

Eine tief inelastische Reaktion läßt sich bildhaft wie folgt darstellen:



Projektil und Target Kern kleben für kurze Zeit aneinander und bilden ein rotierendes Kern-Kern System. Während dieser Kontaktzeit werden kinetische Energie aus der Relativbewegung in innere Anregung und Rotation der Fragmente dissipiert und Nukleonen zwischen den Kernen ausgetauscht. Nach etwa 10^{-21} s trennen sich projektil- und targetähnliche Fragmente aufgrund der Coulombabstoßung und Zentrifugalkräfte wieder. Leider zeigt es sich, daß die Anregungsenergie in schweren Systemen wie U-U und U-Cm⁶⁾ ausreicht, die aufgrund des großen Massentransfers gebildeten superschweren Elemente in einem zweiten Schnitt der Reaktion zu spalten, so daß insgesamt drei oder mehr Reaktionsprodukte im Ausgangskanal auftreten. Dennoch konnte gezeigt werden, daß superschwere Kerne um Z=114 als "Zwischenprodukte" für eine sehr kurze Zeit der Größenordnung 10^{-20} s existieren. In leichteren Systemen wie Kr+Er z.B. zerfallen die Fragmente aufgrund ihrer höheren Spaltbarriere hauptsächlich durch Emission von Neutronen und Gammaquanten in ihre Grundzustände. Dennoch scheint der Transfer von vielen Nukleonen zusammen mit geringer Anregungsenergie eine hoffnungsvolle Methode zu sein, superschwere Elemente und neutronenreiche Aktinide zu erzeugen. Damit die Reaktionsprodukte prompte Spaltung überleben, müßte die Anregungsenergie des schweren Fragments kleiner als etwa 20-30 MeV sein. In Analogie zu Compoundkernreaktionen wo Projektil und Targetkern zu einem Compoundkern verschmelzen, hätte die Verwendung von asymmetrischen Target-Projektil

Kombinationen wie $^{48}\text{Ca} - ^{248}\text{Cm}$ die beste Aussicht auf Erfolg, superschwere Elemente um $Z=114$ zu erzeugen. Oganessian et. al. zeigen in ⁷⁾, daß sich der Wirkungsquerschnitt für Compoundkernbildung von Transuranen drastisch erhöht, wenn sie magische Kerne als Targetkerne verwenden wie Pb-Isotope und als Projektile schwere Ionen mit einer Massenzahl $A > 40$, also schwerer als Argon. Die gebildeten nicht-magischen Compoundkerne haben dann eine relativ geringe Anregungsenergie von etwa 20-30 MeV. Es ist deshalb wahrscheinlicher, daß sie sich durch Emission von zwei oder drei Neutronen oder Alpha-Teilchen und einigen Gamma-Quanten abkühlen. Erst kürzlich ist es P. Armbruster und seinen Mitarbeitern bei der GSI (Gesellschaft für Schwerionenforschung) in Darmstadt gelungen ⁸⁾, auf diese Weise das Element $Z=107$ zu erzeugen, indem sie ^{209}Bi , das in der Nähe des doppelt magischen ^{208}Pb -Kerns liegt, mit ^{54}Cr -Ionen bestrahlten. Da die Einschußenergie in der Nähe der Barriere lag, hatte der neugebildete Compoundkern mit der Ladungszahl $Z=107$ nur eine geringe Anregungsenergie von weniger als 25 MeV ("kalte Fusion") und konnte über seine Alpha-Zerfallskette in benachbarte Tochterkerne eindeutig nachgewiesen werden.

Im Hinblick auf die Erzeugung superschwerer Elemente ist es deshalb von großem Interesse, den Reaktionsmechanismus zu verstehen, wenn zwei schwere Kerne aneinander streuen. Eines der offenen Probleme ist z.B. der Mechanismus der Energiedämpfung, die Kopplung zwischen den "langsamen" kollektiven Freiheitsgraden und den "schnellen" intrinsischen Freiheitsgraden. Experimente ⁹⁻¹⁰⁾ zeigen, daß der größte Teil des Verlustes an kinetischer Energie in Anregungsenergie der Fragmente geht proportional ihrer Massenzahlen, so daß Transporttheorien ¹¹⁻¹³⁾, die statistische Annahmen machen und insbesondere von einem lokalen statistischen Gleichgewicht ausgehen, sicherlich gegen Ende der Reaktion ihre Gültigkeit haben, für Kontaktzeiten etwa, die größer als die Relaxationszeit der inneren Freiheitsgrade von der Größenordnung 10^{-22}s sind.

Andererseits gibt es experimentelle Hinweise ¹⁴⁻¹⁵⁾, daß die schnelle Äquilibrierung des Neutronen zu Protonen Verhältnisses (N/Z) der Fragmente, die durch die potentielle Energie des zusammengesetzten Systems bestimmt wird, durch die Anregung der isovektoriellen Dipolriesenresonanz geschieht, so daß die Breiten der isobaren Ladungsverteilungen $\delta_{ZZ}|_{A_1}$ quantenmechanischen Ursprungs sind, was für die Spaltung seit langem bekannt ist ¹⁶⁾.

Im Modell von Broglia et.al. ¹⁷⁾ wird die Energie aus der Relativbewegung rasch in die Anregung von Oberflächenschwingungen und Riesenresonanzen der Energie $E^* \approx \hbar/\tau_{exc} \approx 30-50$ MeV dissipiert, wobei die Zeit für die kollektive Anregung τ_{exc} etwa 10^{-22} s beträgt, das ungefähr ein Zehntel der Stoßzeit ist. In einem zweiten Schritt zerfallen diese stark kohärenten Zustände aufgrund ihrer Kopplung mit den Einteilchenfreiheitsgraden in Viel Teilchen-Viel Loch Konfigurationen, so daß es zur Thermalisierung der Energie und somit zur Aufheizung des Kern-Kern Systems kommt. Da die Zerfallsbreiten dieser hochliegenden kollektiven Zustände einige MeV betragen können, ergibt sich eine Relaxationszeit zwischen 10^{-22} und 10^{-21} s ¹⁸⁾. Erste experimentelle Hinweise auf Riesenresonanzabsorption ergaben sich aus Messungen des doppeltdifferentiellen Wirkungsquerschnitts $d^2\sigma/d\Omega dE$ in der $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ Reaktion bei fester Ladungszahl Z und Massenzahl A der Fragmente ¹⁹⁾. Die Anregungsfunktionen zeigen als Funktion des Energieverlustes resonanzähnliche Strukturen und keineswegs einen stetigen Abfall hin von quasi-elastischen zu kleineren Energien. Dies ist besonders typisch für projektilähnliche Fragmente wie ^{41}Ca , ^{42}Sc , ^{36}Ar und ^{44}Ti , die unter Vorwärtswinkeln beobachtet werden. Eine vollständige Theorie zur Beschreibung tiefinelastischer Prozesse sollte also mit einer quantenmechanischen Beschreibung beginnen und für Zeiten t größer als τ , der Relaxationszeit der inneren Freiheitsgrade, in eine statistische Beschreibung übergehen, deren Gleichungen explizit irreversibel sind. Die daraus resultierenden Breiten der Verteilungen physikalischer Beobachtungsgrößen wie Masse, Ladung, Streuwinkel, Drehimpuls und kinetische Energie der Fragmente im Ausgangskanal werden mit wachsender Temperatur immer größer. Selbst wenn statistische Aspekte für $t \gg \tau$ dominieren, könnte der anfängliche quantenmechanische Zustand

$\Psi(q,t,r)$ bei Temperatur Null, wenn q die beobachtbaren Größen beschreibt, wichtig für den weiteren Verlauf der Reaktion sein und die Verteilungen der beobachtbaren Größen beeinflussen.

In dieser Arbeit wird versucht, Schwerionenreaktionen bis zu Einschußenergien von etwa 10 MeV/A im Rahmen der von Fink, Maruhn, Scheid und Greiner entwickelten Fragmentationstheorie²⁰⁻²²⁾ zu beschreiben. In dieser kollektiven Theorie ist der physikalische Zustand des Systems durch Wellenfunktionen im Massen- und Ladungsasymmetriefreiheitsgrad bzw. im Halsbildungsfreiheitsgrad ("neck") charakterisiert, die Lösungen entsprechender Schrödingergleichungen sind. Diese reversible Beschreibung kann durch Einführung von Reibung in diese kollektiven Koordinaten irreversibel gemacht werden, so daß die Verteilungen wie in einer statistischen Theorie breiter und breiter werden; dennoch sind im Gegensatz zu Diffusionsmodellen Interferenzeffekte möglich.

Zunächst wurde die Theorie mit großem Erfolg auf die Beschreibung der Massenverteilung in der spontanen und Neutronen induzierten Spaltung schwerer Kerne wie U, Ra und der Fm-Isotope angewandt²³⁻²⁶⁾. Dabei zeigte es sich, daß die Maxima der Spaltverteilungen im wesentlichen durch die Minima der potentiellen Energie als Funktion der Massenasymmetrie $\gamma = (A_1 A_2) / (A_1 + A_2)$ bei fester Kernlänge L des spaltenden Korns bestimmt, hauptsächlich durch den $Z=50$ bzw. $N=82$ Schalenabschluß des schweren Fragments, während die Breiten der Massenverteilungen sehr gut durch die quantenmechanische Unschärfe im Massenasymmetriefreiheitsgrad beschrieben werden. Minima aufgrund "höherer" Schalenabschlüsse wie $Z=28,20$, $N=20$, $Z=82$, $N=126$ führten zur Vorhersage von stark asymmetrischer Spaltung, Ereignisse, die etwa dem Aufbruch eines Korns in ein schweres Fragment mit der Massenzahl A_1 in der Nähe des doppelmagischen ^{208}Pb -Korns und in ein leichtes Fragment mit der Massenzahl A_2 in der Nähe des doppelmagischen ^{48}Ca -Korns entsprechen²⁶⁾. Schon früh zeigte es sich im Rahmen einer dynamischen Beschreibung des Massentransfers, daß auch in Schwerionenreaktionen wie U-U, Pb-Pb Schalenstruktureffekte einen bedeutenden Einfluß auf den Massentransfer haben, insbesondere

auf dessen Drift ²⁷). Während die Fragmentation des U-U Systems durch die Drift in das durch die Pb-Schale bestimmte Minimum der kollektiven Potentialenergiefläche bestimmt wird, so daß es zu einem starken Massentransfer kommt, wird der Massentransfer im Falle der doppeltmagischen Konfiguration Pb-Pb gerade durch die fokussierende Wirkung des Minimums bei Symmetrie von etwa 20-30 MeV Tiefe behindert. In der Tat zeigen Experimente, daß die Varianz σ_z^2 als Funktion des totalen kinetischen Energieverlustes im System U-U bei gleichem Energieverlust größer ist als im System Pb-Pb ²⁸⁻²⁹).

In dieser Arbeit werden die Ladungsäquilibrierung für die Systeme $^{86}\text{Kr} + ^{92,98}\text{Mo}^{15}$) und die Massenäquilibrierung für die Reaktionen $^{132}\text{Xe} + ^{120}\text{Sn}$ und $^{86}\text{Kr} + ^{166}\text{Er}$ studiert. Die letzten beiden genannten Systeme sind experimentell bei der GSI untersucht worden ^{13,30-31}). Ziel ist es nicht, durch Anpassen möglichst vieler freier Parameter eine vollständige Übereinstimmung zwischen Theorie und gemessenen Elementverteilungen zu erhalten, sondern eine "obere" Grenze der Gültigkeit unseres quantenmechanischen Modells der kollektiven Dynamik im Massen- und Ladungsasymmetriefreiheitsgrad. Das fast symmetrische System Xe-Sn und das asymmetrische System Kr-Er führen zum selben "Compoundkern" ^{252}Ku und haben den Vorteil, daß bei den hier betrachteten Energien und transferierten Drehimpulsen sequentielle Spaltung der Reaktionsprodukte vernachlässigbar ist. Da Sn eine abgeschlossene Protonenschale (Z=50) hat und ^{132}Xe in der Nähe abgeschlossener Protonen und Neutronenschalen liegt (Z=50, N=82), ^{86}Kr eine abgeschlossene Neutronenschale besitzt (N=50), sollte die kollektive Potentialenergiefläche für ^{252}Ku aufgrund der Schalenkorrekturenergie sich stark von der eines geladenen Flüssigkeitstropfens unterscheiden, so daß beide Reaktionen für das Studium des Einflusses von Schaleneffekten auf den Massentransfer geeignet sind. Wesentlich asymmetrischere Target-Projektil Kombinationen wie $^{48}\text{Ca} - ^{238}\text{U}$ z.B. ³²) sind insofern interessant, als hier eine starke Massendrift bis zur Symmetrie beobachtet wird bei Energien knapp über der Coulombbarriere, die etwa 40 bis 90 Nukleonen entspricht. Diese symmetrische Komponente gleicht derjenigen der Spaltung; sie ist je-

doch breiter, und es bildet sich ein kontinuierlicher Übergang zu
 projektil- und target-ähnlichen Fragmenten. Da die Massenäquili-
 brierung im Vergleich zur (N/Z)-Äquilibrierung ein sehr langsamer
 Prozeß ist, haben wir es hier vermutlich mit sehr langen Wechsel-
 wirkungszeiten $\geq 10^{-20}$ s zu tun, wie wir es von leichten Kern-Kern
 Systemen wie $^{12}\text{C}-^{12}\text{C}$ her kennen. Das Studium solcher molekular-
 tigen Konfigurationen an der Grenze der Stabilität ($Z=112$) ist
 nicht nur für die Bildung superschwerer Elemente sondern auch für
 die Quantenelektrodynamik starker Felder von großer Bedeutung,
 insbesondere für den Nachweis der spontanen Positronenerzeugung
 und dem damit verbundenen spontanen Zerfall des neutralen Vakuums
 in überkritischen Feldern ($Z_1+Z_2 \geq 172$) in Reaktionen wie U+Pb,
 U+U und U+Cm ³³⁻³⁴).

Der Ladungs- und Massenasymmetriefreiheitsgrad - eine einfache Betrachtung

Das Studium kollektiver Freiheitsgrade in tief inelastischen Reaktionen ist von großem Interesse sowohl für das Verständnis des Mechanismus des Energietransfers in andere kollektive oder innere Freiheitsgrade als auch verschiedener zeitlicher Entwicklungen des Kern-Kern Systems. Solche kollektiven Bewegungen sind z.B. die Relativbewegung der beiden Kerne, Oberflächenschwingungen, Rotationen und insbesondere die Bewegung, die mit dem Nukleonentransfer verbunden ist. Schießt man zwei schwere Kerne aufeinander, deren Neutronen-zu-Protonen Verhältnisse (N/Z) unterschiedlich sind, so zeigt es sich, daß die (N/Z) -Verhältnisse der Reaktionsprodukte nach einer tiefinelastischen Kollision weder der des Targets noch der des Projektils entsprechen, sondern vielmehr dem Minimum der potentiellen Energie des zusammengesetzten Systems bei fester Massenasymmetrie ¹⁴⁻¹⁵). Da die potentielle Energiefläche in Richtung der Ladungsasymmetrieveriablen χ_Z

$$\chi_Z = (Z_1 - Z_2) / (Z_1 + Z_2) \quad (1)$$

einen parabelförmigen Verlauf mit starker Krümmung hat, haben wir es mit einem schnellen Prozeß zu tun ($\tau_{eq} \approx 10^{-22}$ s), während die Äquibrierung des Massenasymmetriefreiheitsgrades χ_A

$$\chi_A = (A_1 - A_2) / (A_1 + A_2) \quad (2)$$

sehr langsam vonstatten geht ($\tau_{eq} \approx 10^{-20}$ s), da sich das Potential als Funktion von χ_A in Richtung Symmetrie nur schwach verändert. Daß die unterschiedlich schnelle Entwicklung der beiden Freiheitsgrade diesem einfachen Bild folgt, soll im folgenden näher erläutert werden. A_1 und A_2 sind die Massenzahlen der Fragmente 1 und 2, Z_1 und Z_2 die entsprechenden Ladungszahlen.

Die Neutronenasymmetrivariable

$$\eta_N = (N_1 - N_2) / (N_1 + N_2) \quad (3)$$

ergibt sich dann aus der Gleichung

$$\eta_A = \left(\frac{Z}{A}\right) \eta_Z + \left(\frac{N}{A}\right) \eta_N, \quad (4)$$

wobei $Z=Z_1+Z_2$ die Ladungszahl des zusammengesetzten Systems, $N=N_1+N_2$ seine Neutronenzahl und $A=N+Z$ die Massenzahl ist.

Wir betrachten zwei kugelförmige Kerne, die sich in ihren Grundzuständen und einem Abstand R voneinander befinden. Ihre Wechselwirkungsenergie ist:

$$V(Z_1, A_1) = E_{LDM}(Z_1, A_1) + E_{LDM}(Z_2, A_2) + \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R} + V_N(R) + \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2I} \quad (5)$$

Die Grundzustandsenergie E_{LDM} eines Kerns mit Z_1 Protonen und A_1 Nukleonen berechnet sich im Tröpfchenmodell wie folgt:

$$E_{LDM}(Z_1, A_1) = -a_v A_1 + a_s A_1^{2/3} + a_c \frac{Z_1^2}{A_1^{1/3}} + a_{sym} \frac{(A_1 - 2Z_1)^2}{A_1} \quad (6)$$

wobei wir die Paarenergie von ungefähr 2 MeV vernachlässigt und die Parameterwerte von Green³⁵⁾ verwendet haben ($a_v = 16.9177$ MeV, $a_s = 19.120$ MeV, $a_c = 0.7628$ MeV, $a_{sym} = 25.445$ MeV). Der dritte Term der Gleichung (5) beschreibt die Coulombwechselwirkungsenergie, die beiden letzten Terme das Kern und das Zentrifugalfpotential, die nur von den Massen und dem Abstand R der Reaktionspartner abhängen. Da die Gesamtzahl der Nukleonen und Protonen konstant ist,

$$A = A_1 + A_2, \quad Z = Z_1 + Z_2$$

ist V nur eine Funktion von Z_1 und A_1 bzw. Z_1 und N_1 . Wir sehen in Gleichung (6), daß der dominierende Term zur Beschreibung des Ladungsausgleiches die Symmetrieenergie ist, so daß $V(Z_1, A_1)$ bei festem A_1 eine Parabel beschreibt, deren Minimum durch

$$\left. \frac{dV(Z_1, A_1)}{dZ_1} \right|_{A_1} = 0 \quad (7)$$

gegeben ist und deren Lösung dem Mittelwert $\langle Z_1 \rangle$ der isobaren Ladungsverteilung tiefinelastischer Reaktionsprodukte entspricht. Er ist gegeben durch:

$$\langle Z_1 \rangle = f(A_1) \cdot \left(\frac{Z}{A} \right) A_1 \quad (8)$$

mit

$$f(A_1) = \frac{a_c \cdot A_2^{2/3} + 4a_{\text{sym}} - (A_2 e^2)/(2R)}{(a_c/A) \cdot (A_1 A_2)^{2/3} (A_1^{1/3} + A_2^{1/3}) + 4a_{\text{sym}} - \mu_A e^2/R}$$

und $\mu_A = A_1 A_2 / (A_1 + A_2)$. Die Krümmung der Parabel k_z ergibt sich aus

$$k_z = \left. \frac{d^2 V(Z_1, A_1)}{dZ_1^2} \right|_{A_1} \quad (9)$$

zu

$$k_z = \frac{2}{A_1 A_2} \cdot \left[a_c (A_1 A_2)^{2/3} (A_1^{1/3} + A_2^{1/3}) + 4a_{\text{sym}} \cdot A - \frac{A_1 A_2 e^2}{R} \right]$$

$f(A_1)$ beschreibt die "Abweichung" des Gleichgewichtswertes $\langle Z_1 \rangle$ von dem Wert

$$\langle Z_1 \rangle = \left(\frac{Z}{A} \right) A_1 ,$$

der der Annahme einer unveränderten Ladungsdichte (UCD) entspricht,

daß das Ladungs-zu-Massen Verhältnis der Reaktionsprodukte gleich ist dem des zusammengesetzten Systems (Z/A). Für zwei gleiche Fragmente ($A_1=A_2$) läßt sich leicht zeigen, daß $f(A_1)=1$ gilt. Ein Blick auf Tabelle 1 zeigt, daß wie in der Spaltung ³⁶⁾ das leichte Fragment mehr Protonen erhält im Gegensatz zur UCD-Annahme.

$f(A_1)$ ist größer als Eins für Projektile leichter als der Targetkern, während umgekehrt $f(A_1)$ kleiner Eins gilt für Projektile schwerer als der Targetkern. Für sehr asymmetrische Target-Projektile Kombinationen wie ⁴⁰Ca-²³⁸U ist $f(A_1)$ wesentlich von Eins verschieden im Vergleich zu weniger asymmetrischen Systemen.

Tabelle 1 zeigt außerdem für eine Reihe von Reaktionen den Mittelwert $\langle Z_1 \rangle$ der projektilähnlichen Fragmente, die Abweichung der Ladungszahl Z_p des Projektils von $\langle Z_1 \rangle$ sowie die Oszillatorkonstanten k_z und k_A für zentrale Stöße ($l=0$), die den parabelförmigen Verlauf der Potentialenergiefläche in Richtung des Ladungsasymmetriefreiheitsgrades η_z bzw. des Massenasymmetriefreiheitsgrades η_A bestimmen. Der Abstand der beiden Kerne R wurde aus

$$R = 1.2 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3}) + 2 \text{ fm} \quad (10)$$

berechnet und entspricht etwa dem Wechselwirkungsradius schwerer Kerne ¹³⁾, so daß das Kernpotential in Gleichung (5) vernachlässigt werden kann.

Approximieren wir $V(Z_1, A_1)$ für festes A_1 durch eine Parabel, deren Ursprung in $\langle Z_1 \rangle$ liegt, so läßt sich die potentielle Energie für beliebige Werte Z_1, A_1 wie folgt schreiben:

$$V(Z_1, A_1) \approx V(\langle Z_1 \rangle, A_1) + \frac{1}{2} k_z (Z_1 - \langle Z_1 \rangle)^2, \quad (11)$$

was einer Taylorentwicklung um $Z_1 = \langle Z_1 \rangle$ bei festem A_1 entspricht. Figur 1 zeigt die potentielle Energie für verschiedene Target-Projektile Kombinationen am Wechselwirkungsradius R für feste Massenzahlen A_1, A_2 aber verschiedene Ladungszahlen Z_1, Z_2 , wobei für die Grundzustandsenergien in Gleichung (5) Bindungsenergie Werte ³⁷⁾ bzw. die nach Gleichung (6) berechneten verwendet

wurden. Die Kurven sind jeweils normiert auf die Energie des Compoundkerns. Wir sehen, daß die Potentialenergiefläche $V(Z_1, A_1)$ für festes A_1 in Richtung des Ladungsasymmetriefreiheitsgrades γ_Z sehr gut durch einen harmonischen Oszillator beschrieben werden kann. Da wir in Gleichung (6) die Paarenergie vernachlässigt haben, liegt die Tropfenmodellenergiekurve (Liquid Drop) zwischen den beiden experimentellen Kurven, die gerade-gerade bzw. ungerade-ungerade Reaktionspartnern entsprechen. Eingezeichnet sind auch die Ladungszahl Z_p des Projektils und der Gleichgewichtswert $\langle Z_1 \rangle$. Wir sehen, daß wir für die Systeme Kr-Er und Xe-Sn, die wir später genauer untersuchen wollen, den Ladungsausgleich vernachlässigen können, da sich Projektil und Target bezüglich ihres Ladungsasymmetriefreiheitsgrades bereits annähernd im Gleichgewicht befinden.

Setzen wir nun $Z_1 = \langle Z_1 \rangle$, $Z_2 = Z - \langle Z_1 \rangle$, so bedeutet dies, daß wir in Analogie zum Tal der β -Stabilität den minimalen Weg in der (N-Z) bzw. (A-Z)-Fläche entlang gehen, der dem Boden des Tales entspricht.

Dieser Verlauf ist in Figur 2 für verschiedene Kerne als Funktion der Massenasymmetrievariablen γ_A zu sehen und zwar für $^{40}_{18}\text{Ar}$, $^{252}_{104}\text{Ku}$, $^{329}_{133}\text{X}$ und $^{476}_{184}\text{X}$. Die Kurven sind jeweils auf den sphärischen Compoundkern normiert. Der Einfachheit halber haben wir $\langle Z_1 \rangle = (Z/A) \cdot A_1$ gesetzt, was für schwere Kerne und starke Asymmetrien in der Gegend $\gamma_A = \pm 1$ nicht sehr realistisch ist, wie Tabelle 1 zeigt. Für kleine Werte von A (A=40) wird die potentielle Energie im wesentlichen durch die Oberflächenenergie bestimmt, so daß ein Aufbruch in zwei Fragmente sehr verschiedener Masse günstiger ist als in zwei gleiche Fragmente. Für größere Werte von A gewinnt die Coulombenergie wegen Z^2/A immer mehr an Bedeutung und somit das Aufbrechen in zwei gleich große Fragmente. Es existiert jedoch ein kritischer Wert für die Massenasymmetrie, so daß in zentralen Stößen Projektil-Target Kombinationen, deren Massenasymmetrie größer ist als dieser kritische Wert, zu einem Compoundkern führen, während für kleinere Asymmetrien ein Massentransfer vom leichten Reaktionspartner zum schweren stattfindet, da der Gradient des Potentials das Kern-Kern System in Richtung Symmetrie treibt, dem Aufbruch in zwei gleiche Fragmente. Figur 3 zeigt die potentielle Energie für $^{252}_{104}\text{Ku}$ als Funktion von γ_A bzw. der Massenzahl A_1 für ver-

schiedene Drehimpulse l , normiert auf den rotierenden Compoundkern. Die Rotationsenergie ist gegeben durch

$$E_{\text{rot}} = \frac{l(l+1)\hbar^2}{2J} \quad (12)$$

Für das Trägheitsmoment J wurde starre Rotation (sticking) des Kern-Kern Systems angenommen:

$$J = J(A_1, R) = \frac{2}{5} m_p r_0^2 [A_1^{5/3} + A_2^{5/3}] + \mu R^2 \quad (13)$$

m_p ist die Masse des Protons, μ die reduzierte Masse, $\mu = \mu_{Amp}$ und r_0 die Radiuskonstante $r_0 = 1.2249$ fm. Da J mit wachsender Asymmetrie kleiner wird und für symmetrische Konfigurationen ($A_1 = A_2$) am größten ist, wird das Potential für große Drehimpulse l gemäß den Gleichungen (5) und (12) immer steiler, so daß die kritische Asymmetrie zu größeren Werten hin verschoben und die Bildung eines Compoundkerns immer unmöglicher wird. Da der in zentralen Stößen gebildete, im allgemeinen hoch angeregte Compoundkern mit großer Wahrscheinlichkeit durch Spaltung in zwei gleiche Fragmente zerfällt, ist die Unterscheidung zwischen symmetrischer Spaltung nach Compoundkernbildung und starkem tief inelastischen Transfer experimentell sehr schwierig, für die Bildung superschwerer Elemente aber von großer Wichtigkeit. In Figur 4 ist der Einfluß des Trägheitsmomentes J auf das Potential in Abhängigkeit von der Massenasymmetrie zu sehen, normiert auf den sphärischen Compoundkern. Falls kein Transfer von Bahndrehimpuls l in innere Rotation der Fragmente stattfindet

$$J = J(A_1, R) = \mu R^2$$

sind die Kurven wesentlich steiler als für den Fall des maximalen Drehimpulsübertrags (sticking), wo das ganze System als starrer Körper rotiert und der Verlust an Bahndrehimpuls größer als das 2/7-fache des anfänglichen Bahndrehimpulses ist. Da in einer

Schwerionenreaktion die Kerne zunächst aufeinander rollen (rolling) bis sie, falls die Reaktionszeit lang genug ist, aneinander kleben bleiben (sticking), wird sich die Wirklichkeit zwischen den durchgezogenen und gestrichelt gezeichneten Kurven abspielen. Wie wir in Figur 2 gesehen haben, hat die potentielle Energie $V(\langle Z_1 \rangle, A_1)$ für $A_1 = A_2 = A/2$ ($=0$) ein Minimum bzw. Maximum, je nachdem wie groß A bzw. Z^2/A des zusammengesetzten Systems ist. Analog zum Ladungsasymmetriefreiheitsgrad γ_Z approximieren wir $V(\langle Z_1 \rangle, A_1)$ durch eine Parabel mit ihrem Ursprung bei $\gamma = 0$, deren Krümmung k_A durch

$$k_A = \left. \frac{d^2 V(\langle Z_1 \rangle, A_1)}{d A_1^2} \right|_{A_1 = A/2} \quad (14)$$

gegeben ist. Machen wir wieder die Näherung $\langle Z_1 \rangle = (Z/A)A_1$, so ergibt sich folgender einfacher Ausdruck für k_A :

$$k_A = -\frac{4}{9} a_s \left(\frac{Z}{A}\right)^{4/3} + \frac{20}{9} a_c \left(\frac{Z}{A}\right)^2 \left(\frac{Z}{A}\right)^{1/3} - 2 \left(\frac{Z}{A}\right)^2 \frac{e^2}{R} + \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{m_p R^2} \left(\frac{Z}{A}\right)^4 A k_{\text{rot}} \quad (15)$$

mit

$$k_{\text{rot}} = \begin{cases} \frac{R^2 - \frac{4}{9} 2^{1/3} r_0^2 A^{2/3}}{\left(R^2 + \frac{8}{5} \frac{1}{2^{2/3}} r_0^2 A^{2/3}\right)^2} & , \\ 1 & \end{cases} \quad \begin{aligned} \mathcal{J} &= \frac{2}{5} m_p r_0^2 [A_1^{5/3} + A_2^{5/3}] + \mu R^2 \\ \mathcal{J} &= \mu R^2. \end{aligned}$$

Die potentielle Energie $V(\langle Z_1 \rangle, A_1)$ ist dann:

$$V(\langle Z_1 \rangle, A_1) \approx V(\langle Z_1 \rangle, A/2) + \frac{1}{2} k_A (A_1 - A/2)^2. \quad (16)$$

Figur 5 zeigt, daß diese Näherung für nicht zu große Werte der Massenasymmetrieveriablen γ_A über einen weiten Drehimpulsbereich recht gut erfüllt ist, wobei "Sticking" angenommen wurde. Setzen wir Gleichung (10) in Gleichung (11) ein, so ergibt sich $V(Z_1, A_1)$

für beliebige Werte Z_1 , A_1 zu:

$$V(Z_1, A_1) \approx V(\langle Z_1 \rangle, A/2) + \frac{1}{2} k_A (A_1 - A/2)^2 + \frac{1}{2} k_Z (Z_1 - \langle Z_1 \rangle)^2, \quad (17)$$

was einer Approximation durch zwei gekoppelte harmonische Oszillatoren entspricht. Ein Blick auf Tabelle 1 zeigt, daß k_A von der Größenordnung Eins ist, k_Z dagegen von der Größenordnung (10^{-3} – 10^{-2}) MeV, so daß wir in erster Näherung die Bewegung des Ladungsausgleiches senkrecht zum Talboden und die des Massentransfers entlang des Talbodens in Richtung Symmetrie als entkoppelt ansehen können. Dies setzt natürlich voraus, daß die Werte der kollektiven Massenparameter von derselben Größenordnung sind. Die Frage, inwieweit der Mittelwert der Ladungsverteilung für festes A_1 um den Gleichgewichtswert $\langle Z_1 \rangle$ am Talboden schwach bzw. stark gedämpft oszilliert, wird im nächsten Kapitel genauer untersucht werden. Wegen

$$A_1 = (1 + \gamma_A) A/2, \quad Z_1 = (1 + \gamma_Z) Z/2 \quad (18)$$

läßt sich die potentielle Energie $V(Z_1, A_1)$ als Funktion von γ_Z und γ_A wie folgt schreiben:

$$\begin{aligned} E(\gamma_Z, \gamma_A) &\equiv V(Z_1(\gamma_Z), A_1(\gamma_A)) \\ &= E(\langle \gamma_Z \rangle, \gamma_A = 0) + \frac{1}{2} k_{\gamma_A} \gamma_A^2 + \frac{1}{2} k_{\gamma_Z} (\gamma_Z - \langle \gamma_Z \rangle)^2 \end{aligned} \quad (19)$$

mit $k_{\gamma_A} = (A^2/4) k_A$ und $k_{\gamma_Z} = (Z^2/4) k_Z$. Dieses einfache Bild läßt uns den Ladungs- und Massenausgleich in tiefinelastischen Reaktionen qualitativ recht einfach verstehen. Die in Tabelle 1 angegebenen Werte für k_A und k_Z sind jedoch nur als "grobe" Abschätzung zu betrachten. Da sich die beiden Kerne in einer Reaktion stärker überlappen als es dem Wechselwirkungsradius R entspricht, wird sich die potentielle Energie wesentlich durch die Kern-Kern Wechselwirkung ändern. Außerdem können Schalenstruktureffekte einen Ein-

fluß auf die Verteilung der Reaktionsprodukte in der (N-Z)-Ebene haben, was von Wu et.al. erst kürzlich gezeigt worden ist in den Reaktionen $^{144}\text{Sm} + ^{144}\text{Sm}$ und $^{154}\text{Sm} + ^{154}\text{Sm}$ (N=82)³⁸⁾.

Daß die Schwerpunkte der Fragmentverteilungen als Funktion der Neutronen- bzw. Ladungszahlen der projektilähnlichen Fragmente und des Q-Wertes tatsächlich dem Gradienten des Potentials folgen, wurde von Kratz, Schüll und Mitarbeitern^{39,40)} demonstriert. Mit Hilfe eines Magnetspektrometers konnten Schüll et.al.⁴⁰⁾ die projektilähnlichen Fragmente in der Reaktion $^{136}\text{Xe} + ^{56}\text{Fe}$ eindeutig nach Z und A trennen, wie in Figur 6a zu sehen ist. Überträgt man die Schwerpunkte der gemessenen Nuklidverteilungen als Funktion des Energieverlustes (siehe Figur 6b) in eine Potentialenergiefläche (siehe Figur 6 c) am Kontaktpunkt für $l=l_{gr}$, die zusätzlich zu Gleichung (5) noch eine Schalenkorrekturenergie enthält, so sieht man, daß die Schwerpunkte der auf Neutronenverdampfung korrigierten Verteilungen die Tendenz zeigen, auf dem kürzesten Weg ins Potentialminimum zu gelangen, bevor eine wesentliche Änderung der Massenasymmetrie einsetzt.

Der Ladungsasymmetriefreiheitsgrad

Im vorigen Abschnitt haben wir eine anschauliche Beschreibung der Ladungs- und Massenäquilibration im Bild einer kollektiven Potentialenergiefläche gegeben und gezeigt, daß beide Bewegungen in erster Näherung als entkoppelt angesehen werden können. Um zu untersuchen, inwieweit es sich dabei um eine quantenmechanische kollektive Bewegung oder um einen stochastischen Austausch von Nukleonen handelt, ist es wichtig, die gemessenen Breiten der Verteilungen physikalischer Beobachtungsgrößen zu beschreiben, da die Mittelwerte sowohl in der Quantenmechanik als auch in der statistischen Mechanik klassischen Bewegungsgleichungen genügen. Im folgenden wollen wir zunächst die Bewegung des Ladungsausgleichs im Rahmen unserer kollektiven Theorie genauer studieren²⁰⁻²²). Für die Systeme $^{86}\text{Kr} + ^{92,98}\text{Mo}$ fanden Berlander et.al.¹⁵), daß die Breiten der isobaren Ladungsverteilungen $A \sigma_Z^2$ der projektilähnlichen Fragmente als Funktion des Energieverlustes stark ansteigen, so daß mit größer werdendem Energieverlust bzw. wachsender Anregungsenergie $A \sigma_Z^2$ annähernd konstant bleibt. Da die potentielle Energie in Richtung des Ladungsasymmetriefreiheitsgrades $\eta_Z = (Z_1 - Z_2)/(Z_1 + Z_2)$ senkrecht zum Talboden einen parabelförmigen Verlauf hat, liegt es nahe, die Bewegung der Ladungsäquilibration durch einen harmonischen Oszillator zu beschreiben, und die Breite der isobaren Ladungsverteilung $A \sigma_Z^2$ durch die quantenmechanische Unschärfe im Ladungsasymmetriefreiheitsgrad zu erklären. Außerdem zeigt es sich, daß die charakteristische Energie $\hbar \omega$ wesentlich größer ist als die zu erwartende Temperatur in tiefinelastischen Kollisionen, so daß eine quantenmechanische Beschreibung im Sinne einer zeitabhängigen Schrödingergleichung gerechtfertigt ist und thermische Fluktuationen, die von der Kopplung des harmonischen Oszillators an die inneren Freiheitsgrade herrühren, vernachlässigbar sein sollten. Die zeitabhängige Schrödingergleichung für die LadungsasymmetrievARIABLE $\eta_Z \equiv x$ lautet:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2B^{1/2}} \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{B^{1/2}} \frac{\partial}{\partial x} + V(x) \right] \psi(x,t) = i\hbar \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t} . \quad (20)$$

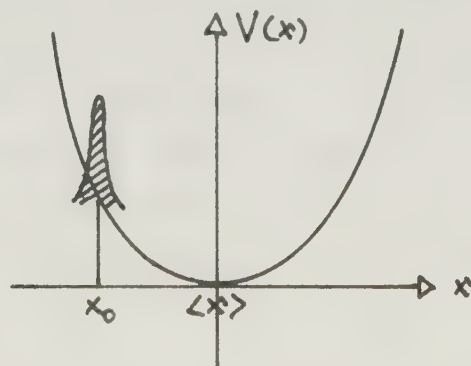
$V(x)$ beschreibt das harmonische Oszillatorpotential (siehe Figur 1),

$$V(x) = \frac{1}{2} k_x (x - \langle x \rangle)^2$$

dessen Krümmung k_x in erster Näherung als zeitlich konstant, d.h. unabhängig vom Abstand R der beiden Kerne angenommen wird. $B \equiv B_{xx}$ ist der mittlere kollektive Massenparameter, der ebenfalls als konstant angenommen wird. Im allgemeinen ist B eine Funktion von R und x , die durch die Cranking-Formel im BCS-Formalismus⁴¹⁾, im wesentlichen durch die Berechnung der Besetzungswahrscheinlichkeitenänderung im Rahmen des asymmetrischen Zweizentrenoszillatorschalenmodells⁴²⁾ bestimmt ist. Als Anfangsbedingung $\Psi(x,0)$ zur Zeit $t=0$ wählen wir eine gaussförmige Verteilung,

$$\Psi(x,0) = \frac{1}{B^{1/4}} \frac{1}{(a_0 \sqrt{\pi})^{1/2}} e^{-1/2 \left(\frac{x-x_0}{a_0} \right)^2} \quad (21)$$

die um $x_0 = (Z_p - Z_T)/(Z_p + Z_T)$ zentriert ist mit einer frei wählbaren Breite a_0 , wie es im folgenden Bild skizziert ist.



Z_p , Z_T ist die Ladungszahl des Projektils bzw. des Targetkerns. Für ein harmonisches Oszillatorpotential $V(x)$ und konstantem kollektivem Massenparameter B_{xx} ist Gleichung (20) analytisch lösbar²⁷⁾

$$\Psi(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \varphi_n(x) e^{-\frac{i}{\hbar} E_n t}$$

mit

$$E_n = \hbar \omega (n + 1/2)$$

$$a_n = \sqrt{\frac{2\beta}{1+\beta^2}} \frac{1}{(2^n n!)^{1/2}} \sqrt{\frac{(1-\beta^2)^n}{(1+\beta^2)}} e^{-\frac{1}{2} \frac{\beta^2 \varphi_0^2}{(1+\beta^2)}} H_n \left[\frac{\beta \varphi_0}{\sqrt{1-\beta^4}} \right] \quad (22)$$

$$\varphi_n(x) = C_n H_n [\alpha (x - \langle x \rangle)] e^{-\frac{1}{2} \alpha^2 (x - \langle x \rangle)^2}$$

$$C_n = \left(\frac{\alpha}{\sqrt{\pi} 2^n n!} \right)^{1/2}, \quad \alpha = \sqrt{\frac{3\omega}{\hbar}}, \quad \varphi_0 = \frac{(x_0 - \langle x \rangle)}{a_0}, \quad \beta = a_0 \cdot \alpha.$$

Falls die Anfangsbreite der Wellenfunktion a_0 zur Zeit $t=0$ gleich der Breite der Grundzustandswellenfunktion $\varphi_0(x)$ des stationären harmonischen Oszillators ist

$$a_0 = \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\frac{\hbar}{3\omega}}$$

gilt $\beta=1$. $H_n(z)$ sind die Hermite'schen Polynome. Die Wahrscheinlichkeit $dP(x,t)$ zur Zeit t den Wert der Ladungssymmetrievariablen x zu finden zwischen x und $x+dx$ ist

$$dP(x,t) = |\psi(x,t)|^2 \sqrt{B} dx \quad (23)$$

mit

$$|\psi(x,t)|^2 = \frac{1}{\sqrt{B}} \frac{1}{\sqrt{2\pi \sigma^2(t)}} \exp \left[-\frac{(x - \langle x \rangle_t)^2}{2 \sigma^2(t)} \right], \quad (24)$$

wobei der Mittelwert $\langle x \rangle_t$ und die Varianz $\sigma^2(t) = \langle (x - \langle x \rangle_t)^2 \rangle_t$ durch folgende periodische Funktionen der Zeit gegeben sind:

$$\langle x \rangle_t = \langle x \rangle + (x_0 - \langle x \rangle) \cos \omega t \quad (25)$$

$$\sigma^2(t) = \frac{a_0^2}{4\beta^4} \left[1 + \beta^4 - (1 - \beta^4) \cos 2\omega t \right], \quad \beta^2 = \frac{3\omega}{\hbar} a_0^2.$$

$|\Psi(x,t)|^2$ beschreibt ein Wellenpaket, das mit der klassischen Frequenz ω und der Amplitude $(x_0 - \langle x \rangle)$ oszilliert, dessen Breite sich jedoch zeitlich mit der doppelten Frequenz ändert und wie folgt normiert ist:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi(x,t)|^2 \sqrt{B} dx = 1 \quad (26)$$

Für $x_0 \rightarrow \langle x \rangle$ und $\beta \rightarrow 1$ strebt $\Psi(x,t)$ gegen die niedrigste Energieeigenfunktion $\Psi_0(x,t)$ des harmonischen Oszillators, $\Psi_0(x,t) = \Psi_0(x) e^{-\frac{i\omega}{2} \cdot t}$. Für größer werdende x_0 und $\beta \rightarrow 1$ wird die Zahl der stationären Wellenfunktionen $\Psi_n(x)$, die im wesentlichen das Wellenpaket bilden, ebenfalls größer werden. Wir suchen nun den maximalen Entwicklungskoeffizienten a_{n0} , d.h. die stationäre Wellenfunktion $\Psi_{n0}(x)$, die zum Wellenpaket am meisten beiträgt. Strebt $\beta \rightarrow 1$, so wird für $x_0 \neq \langle x \rangle$ das Argument der Hermite'schen Polynome in Gleichung (22) $z = \beta x_0 / (1 - \beta^2)^{1/2}$ immer größer, $z \rightarrow \infty$. Da sich die Hermite'schen Polynome $H_n(z)$ asymptotisch für $z \rightarrow \infty$ verhalten wie

$$H_n(z) \sim 2^{n/2} (\sqrt{2} z)^n = 2^n z^n,$$

ergibt sich für den Entwicklungskoeffizienten a_n :

$$a_n \approx 2^{n/2} \sqrt{\frac{2\beta}{1+\beta^2}} \frac{1}{(n!)^{1/2}} \sqrt{\frac{(1-\beta^2)^n}{(1+\beta^2)^n}} e^{-1/2 \frac{\beta^2 x_0^2}{(1+\beta^2)}} \left(\frac{\beta x_0}{\sqrt{1-\beta^4}} \right)^n$$

Für $\beta \rightarrow 1$ ($\beta < 1$) ist a_n stets größer (gleich) Null, $a_n \geq 0$. Um das Maximum zu finden, logarithmieren wir beide Seiten der Gleichung und erhalten:

$$\begin{aligned} \ln a_n \approx & \frac{n}{2} \ln 2 + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{2\beta}{1+\beta^2} \right) - \frac{1}{2} \ln n! + \frac{n}{2} \ln \left(\frac{1-\beta^2}{1+\beta^2} \right) - \frac{1}{2} \frac{\beta^2 x_0^2}{(1+\beta^2)} \\ & + n \ln \left(\frac{\beta x_0}{\sqrt{1-\beta^4}} \right). \end{aligned}$$

Für sehr große Werte von $n (n \gg 1)$ können wir die Stirling'sche Formel verwenden

$$n! \approx \sqrt{2\pi n} n^n / e^n,$$

so daß wir näherungsweise schreiben können:

$$\ln n! \approx n(\ln n - 1) + \frac{1}{2} [\ln(2\pi) + \ln n].$$

Setzen wir dies in die obige Gleichung ein, so erhalten wir

$$\ln a_n \approx \frac{n}{2} \ln 2 - \frac{n}{2} \ln n + \frac{n}{2} + \frac{n}{2} \ln \left(\frac{1-\beta^2}{1+\beta^2} \right) + n \ln \left(\frac{\beta \varphi_0}{\sqrt{1-\beta^4}} \right),$$

wobei Terme der Ordnung $\ln n$ und kleiner vernachlässigt worden sind. Die Zahl n_0 , die dem größten Entwicklungskoeffizienten a_n entspricht, ergibt sich aus

$$\left. \frac{d}{dn} (\ln a_n) \right|_{n_0} \approx \frac{1}{2} \ln 2 - \frac{1}{2} \ln n_0 + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1-\beta^2}{1+\beta^2} \right) + \ln \left(\frac{\beta \varphi_0}{\sqrt{1-\beta^4}} \right) = 0$$

zu

$$n_0 \approx 2 \frac{\beta^2 \varphi_0^2}{(1+\beta^2)^2} = 2 \alpha^2 \frac{(x_0 - \langle x \rangle)^2}{(1+\beta^2)^2}$$

Machen wir den Grenzübergang $\beta \rightarrow 1$, so erhalten wir

$$n_0 \approx \frac{1/2 k_x (x_0 - \langle x \rangle)^2}{\hbar \omega} \quad (27)$$

mit der Oszillatorkonstanten $k_x = B\omega^2$ und $\alpha = \sqrt{\frac{B\omega}{\hbar}}$, so daß folgt:

$$\hbar \omega n_0 \approx \frac{1}{2} k_x (x_0 - \langle x \rangle)^2.$$

Das Energieniveau E_{n_0} , von dessen Umgebung die größten Beiträge zur Wellenfunktion $\Psi(x, t)$ kommen, ist etwa gleich der Energie des klassischen Oszillators $\frac{1}{2} k_x (x_0 - \langle x \rangle)^2$, der die gleiche Amplitude $(x_0 - \langle x \rangle)$ hat.

Der Mittelwert $\langle Z_1 \rangle_t$ der projektilähnlichen Fragmente, die Breite $A \sigma_Z^2$ der isobaren Ladungsverteilung bzw. die volle Halbwertsbreite FWHM ergeben sich zu:

$$\begin{aligned} \langle Z_1 \rangle_t &= \langle Z_1 \rangle + (Z_p - \langle Z_1 \rangle) \cos \omega t \\ A \sigma_Z^2(t) &= \frac{a_z^2(0)}{4\beta^4} [1 + \beta^4 - (1 - \beta^4) \cos 2\omega t] \\ \text{FWHM} &= \sqrt{8 \ln 2} A \sigma_Z \end{aligned} \quad (28)$$

mit $a_Z(0) = Z/2 a_0$, wobei $a_Z(0)$ die Breite der Ladungsverteilung zur Zeit ($t=0$) ist. Figur 7 zeigt die zeitliche Entwicklung der vollen Halbwertsbreite FWHM und des Mittelwertes $\langle Z_1 \rangle_t$ für die Reaktion $^{86}\text{Kr} + ^{92}\text{Mo}$. Deutlich erkennbar ist das $\cos \omega t$ Verhalten des Mittelwertes, während die volle Halbwertsbreite mit der doppelten Frequenz schwingt. Die Winkelgeschwindigkeit ω wird aus

$$\omega = \sqrt{\frac{k_x}{B}} = \sqrt{\frac{k_z}{B_{zz}}} , B_{zz} = \left(\frac{4}{Z^2} \right) B$$

berechnet. Der Verlauf der Varianz der isobaren Ladungsverteilung $A \sigma_Z^2$ bzw. der FWHM wird zusätzlich noch durch die Anfangsbreite a_0

bestimmt. Aufgrund der Unschärferelation

$$\langle \Delta p^2 \rangle \cdot \langle \Delta x^2 \rangle \geq \frac{\hbar^2}{4}$$

ist die Ortsunschärfe $\langle \Delta x^2 \rangle = \frac{a_0^2}{2}$ mit einer Unschärfe im Impuls und somit in der kinetischen Energie verknüpft, und es gilt:

$$\langle \Delta E^2 \rangle \geq \frac{\hbar^2}{4\beta a_0^2}$$

Kleine Werte von a_0 führen dann zu einem steilen Verlauf der FWHM bzw. der Varianz $\Delta \phi_Z^2$ als Funktion der Zeit aufgrund der großen kollektiven kinetischen Energie. Die Anfangsbreite a_0 wird sinnvollerweise am experimentellen Wert der Varianz $\Delta \phi_Z^2$ für kleinen Energieverlust ($\text{TKEL} \approx 0$) angepaßt. Diese "quasi-elastischen" Ereignisse sind jedoch aus experimentellen Gründen mit großen Fehlerbalken verbunden, so daß a_0 nicht eindeutig bestimmbar ist. In Figur 8 ist die volle Halbwertsbreite FWHM als Funktion der Zeit für verschiedene Anfangsbreiten $a_z(0)$ zu sehen. Der kollektive Massenparameter β wurde so gewählt, daß er dem Mittelwert der von Gupta et.al.¹⁶⁾ für die Spaltung von ^{236}U mit Hilfe der Cranking Formel berechneten Werte als Funktion von R und x entspricht:

$$\beta_{zz} \approx 10.78 \text{ fm}^2 m_p.$$

Im Gegensatz zu den experimentellen Daten zeigen die theoretischen Kurven kein Sättigungsverhalten. Da wir der Einfachheit wegen die Kopplung der Relativbewegung mit der Bewegung im Ladungsasymmetriefreiheitsgrad nicht explizit behandeln, haben wir einen linearen Zusammenhang zwischen dem gemessenen totalen kinetischen Energieverlust TKEL und der Zeit t angenommen.

Aus Trajektorienrechnungen⁴³⁾ folgt,

$$TKEL \approx TKEL^{\max} \left[1 - e^{-\left(\frac{t}{\tau_E}\right)} \right]$$

wobei $TKEL^{\max}$ der maximale kinetische Energieverlust und τ_E die Relaxationszeit der radialen kinetischen Energie ist. Für Zeiten kleiner als die Relaxationszeit ($t \ll \tau_E$) können wir annähernd schreiben,

$$TKEL \approx TKEL^{\max} \cdot \left(\frac{t}{\tau_E}\right)$$

so daß sich t als Funktion des Energieverlustes ergibt zu

$$t \approx \left(\frac{\tau_E}{TKEL^{\max}} \right) TKEL \cdot$$

Ein typischer Wert für die Relaxationszeit τ_E in tief inelastischen Kollisionen ist $\tau_E \approx 3 \cdot 10^{-22} \text{ s}$ ⁴³⁾. Da die experimentellen Daten für $TKEL \approx 36 \text{ MeV}$ ein Plateau erreichen und $TKEL^{\max} \approx 90 \text{ MeV}$ ist, erhalten wir für die Relaxationszeit τ_{eq} des Ladungsasymmetriefreiheitsgrades

$$\tau_E \approx \left(\frac{36}{90} \right) \cdot 3 \cdot 10^{-22} \text{ s} \approx 1.2 \cdot 10^{-22} \text{ s}.$$

In Tabelle 2 sind die Werte einiger charakteristischer Größen aufgeführt: die Oszillatorkonstante k_z , der kollektive Massenparameter B_{zz} , die Winkelgeschwindigkeit ω , die Energie $\hbar \omega$, die Abweichung der Ladungszahl des Projektils Z_p vom Gleichgewichtswert $\langle Z_1 \rangle$, die entsprechende Energie des klassischen Oszillators $\frac{1}{2} k_z (Z_p - \langle Z_1 \rangle)^2$, die Zeit $t_0 = 2/\omega$ für eine volle Schwingung, die Relaxationszeit τ für den Fall kritischer Dämpfung ($\tau = 1/\omega$) sowie die Unschärfe in

der kinetischen Energie $\langle \Delta E^2 \rangle$ der kollektiven Bewegung für verschiedene Anfangsbreiten $a_z(0)$. Die Energie E^* ist ungefähr 4.6 MeV, während die zu erwartende Temperatur T aus

$$E^* = \frac{A}{10} T^2 \quad (29)$$

für $E^* = \text{TKEL}^{\text{max}} \approx 90$ MeV etwa 2.2 MeV beträgt. E^* ist die thermische Anregungsenergie. Sehr kleine Anfangsbreiten $a_z(0)$ entsprechen einem großen Transfer von Energie aus der Relativbewegung bis zu 60 MeV in die kollektive Bewegung des Ladungsasymmetriefreiheitsgrades. Im unteren Teil von Figur 8 ist die zeitliche Entwicklung des Mittelwertes $\langle Z_1 \rangle_t$ bzw. $\langle Z_1 \rangle_t$ als Funktion des totalen kinetischen Energieverlustes TKEL zu sehen. Im Gegensatz zur Theorie lassen die experimentellen Daten kein oszillierendes Verhalten um den Gleichgewichtswert $\langle Z_1 \rangle_{\text{exp}} \approx 37.25$ erkennen. Die Theorie beschreibt zwar den anfänglichen Verlauf recht gut, schießt dann aber über den Gleichgewichtswert hinaus, wobei der theoretische Gleichgewichtswert $\langle Z_1 \rangle_{\text{theory}} \approx 37.75$ beträgt. Ein ähnliches Verhalten zeigt Figur 9 für das System $^{86}\text{Kr} + ^{98}\text{Mo}$, jedoch nicht so ausgeprägt, da sich Projektil und Target bezüglich ihres N/Z -Verhältnisses nahezu im Gleichgewicht befinden ($Z_p = 36, \langle Z_1 \rangle_{\text{theory}} \approx 36.57$). Es liegt also nahe, eine Dämpfung in die kollektive Bewegung des Ladungsasymmetriefreiheitsgrades einzuführen und den kollektiven Massenparameter B_{zz} aus dem experimentellen Gleichgewichtswert der Varianz $A \sigma_z^2$ bzw. der vollen Halbwertsbreite FWHM zu bestimmen. Für ^{86}Kr und ^{92}Mo gilt $\langle \text{FWHM} \rangle_{\text{exp}} \approx 2.3$ Ladungseinheiten. Nehmen wir an, daß der experimentelle Gleichgewichtswert der Grundzustandsbreite des stationären harmonischen Oszillators entspricht, so gilt:

$$(A \sigma_z^2)_{\text{exp}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\hbar}{B_{zz} \omega} \right) .$$

Da die Oszillatorkonstante k_z aus dem Flüssigkeitstropfenmodell bestimmt wird (siehe Gleichung (9)), erhalten wir wegen $k_z = B_{zz} \omega^2$

$$(\sigma_z^2)_{\text{exp}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\hbar}{B_{zz} \omega} \right) \quad .$$

Daraus folgt die Kreisfrequenz ω

$$\omega = 2 (\sigma_z^2)_{\text{exp}} \frac{k_z}{\hbar}$$

und der kollektive Massenparameter B_{zz} ergibt sich zu:

$$B_{zz} = \frac{\hbar^2}{4 (\sigma_z^2)_{\text{exp}}^2 k_z} \quad .$$

Für das System $^{86}\text{Kr} + ^{92}\text{Mo}$ erhalten wir

$$B_{zz} \approx 2.40 \text{ fm}^2 m_p \quad .$$

Dieser Wert ist etwa um einen Faktor 4 kleiner als der mit Hilfe der Cranking-Formel berechnete ¹⁶⁾. Die Energie $\hbar \omega$ beträgt ungefähr 9 MeV (siehe Tabelle 3) und ist wesentlich größer als die zu erwartende Temperatur von 2 MeV. Figur 10 zeigt die mit diesem kleineren Wert für B_{zz} berechnete volle Halbwertsbreite FWHM für verschiedene Anfangsbedingungen $a_z(0)$ sowie den Mittelwert der Ladungsverteilung $\langle Z_1 \rangle_t$ als Funktion der Zeit bzw. des totalen kinetischen Energieverlustes TKEL für die Reaktion $^{86}\text{Kr} + ^{92}\text{Mo}$. Deutlich zu sehen ist der Einfluß der Unschärfe in der kinetischen Energie $\langle \Delta E^2 \rangle$ für verschiedene Anfangsbreiten $a_z(0)$ in der zeitlichen Entwicklung der FWHM sowie das Oszillieren um den

Gleichgewichtswert. Der Mittelwert $\langle Z_1 \rangle_t$ liegt von Anfang an über der experimentellen Kurve, während im Falle des größeren kollektiven Massenparameters die experimentellen Daten für kleine Energieverluste recht gut beschrieben werden. Da der Mittelwert $\langle Z_1 \rangle_t$ einer klassischen Bewegungsgleichung genügt, läßt sich der Einfluß von Reibung auf seine Bewegung leicht studieren. Führen wir eine Reibungskraft $-B_{zz} \dot{Z}_1$ entgegengesetzt proportional zur Geschwindigkeit $\dot{Z}_1$ ein, so erhalten wir für einen kritisch gedämpften harmonischen Oszillator mit der Anfangsbedingung $\dot{Z}_1(t=0)=0$:

$$\langle Z_1 \rangle_t = \langle Z_1 \rangle + (Z_p - \langle Z_1 \rangle) (1 + \beta t) e^{-\beta t}, \quad (30)$$

wobei $\beta = \gamma/2 = w_0$ und w_0 die Kreisfrequenz des ungedämpften harmonischen Oszillators ist. Die theoretische Kurve liegt nun innerhalb der Fehlerbreite der gemessenen Punkte von ± 0.5 Ladungseinheiten, so daß wir die Bewegung im Ladungsasymmetriefreiheitsgrad als kritisch gedämpft bzw. nahezu überdämpft ansehen können. Eine ähnliche gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment ist in Figur 11 für das System $^{86}\text{Kr} + ^{98}\text{Mo}$ zu sehen. Daß die Meßpunkte bei kleinen Energieverlusten nicht in die Ladungszahl $Z_p = 36$ des Projektils übergehen, liegt an der Unsicherheit der auf Neutronenverdampfung korrigierten Daten und nicht an einer eventuellen Abweichung zwischen Theorie und Experiment.

Es ist also notwendig, Reibung in unsere kollektive quantenmechanische Theorie des Ladungsausgleichs einzuführen. Daß dies kein "triviales" Problem ist, soll im folgenden etwas näher erläutert werden. Führen wir eine Reibungskraft $-\gamma p$ entgegengesetzt proportional zum Impuls ein, so lautet die Newton'sche Bewegungsgleichung

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{\partial V}{\partial x} - \gamma p, \quad (31)$$

aus der man durch Integration von

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{\gamma}{B} p^2, \quad E = \frac{p^2}{2B} + V(x) \quad (32)$$

die dissipierte Energie erhält. γ ist die Reibungskonstante. Gleichung (31) erhalten wir aus der Euler-Lagrange'schen Gleichung mit der klassischen Lagrangefunktion $\mathcal{L}$

$$\mathcal{L} = e^{\gamma t} \left(\frac{1}{2} B \dot{x}^2 - V(x) \right),$$

wenn wir $p = B\dot{x}$ setzen. Der kinetische Impuls p ist jedoch von dem kanonischen Impuls $\pi = \partial \mathcal{L} / \partial \dot{x}$ verschieden,

$$\pi = e^{\gamma t} p$$

so daß sich die Hamiltonfunktion H ergibt zu

$$H = \pi \dot{x} - \mathcal{L} = \frac{1}{2B} e^{-\gamma t} \pi^2 + e^{\gamma t} V(x).$$

Ersetzen wir formal $\pi \rightarrow (\hbar/i) \partial / \partial x$, so erhalten wir einen einfachen linearen Hamiltonoperator H ,

$$\overset{\vee}{H} = -\frac{\hbar^2}{2B} e^{-\gamma t} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + e^{\gamma t} V(x)$$

der jedoch neben der expliziten Zeitabhängigkeit einige unphysikalische Eigenschaften hat. Der Energieoperator $\overset{\vee}{E} = (\overset{\vee}{p}^2 / 2B) + V(x)$ ist nicht mit dem Hamiltonoperator H identisch, sondern muß über

$$\overset{\vee}{E} = e^{-\gamma t} \overset{\vee}{H}$$

definiert werden. Da der Hamiltonoperator $\check{H}$ durch den kanonischen Impuls $\check{\pi}$ bestimmt und nur für diesen die Unschärferelation gültig ist, ist die Unschärferelation zwischen Ort und Impuls verletzt, d.h.

$$\langle \Delta x^2 \rangle \cdot \langle \Delta p^2 \rangle \geq \frac{\hbar^2}{4} e^{-2\gamma t} \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0 .$$

Um diese Unzulänglichkeiten zu vermeiden, bezieht man sich auf nicht-lineare Hamiltonoperatoren der Form,

$$\check{H} = \frac{\check{p}^2}{2B} + V(x) + \gamma W(x, \partial/\partial x) \psi \quad (33)$$

für die man die Erwartungswerte von Hamiltonoperator und Energieoperator gleichsetzt. W ist ein Reibungspotential. Dies führt zu der Forderung

$$\langle W \rangle = 0 . \quad (34)$$

Da nach dem Ehrenfest'schen Theorem die Bewegungsgleichungen der Mittelwerte quantenmechanischer Operatoren "formal identisch" den Bewegungsgleichungen der klassischen Mechanik sind, muß gelten:

$$\frac{d}{dt} \langle \check{p} \rangle = - \left\langle \frac{\partial V}{\partial x} \right\rangle - \gamma \langle \check{p} \rangle \quad (35)$$

$$\frac{d}{dt} \langle \check{E} \rangle \approx - \frac{\gamma}{B} \langle \check{p}^2 \rangle ,$$

wobei das Ungefährgleichheitszeichen andeuten soll, daß die zeitliche Änderung des Mittelwertes der Energie sich entsprechend Gleichung (32) verhält eventuell bis auf Terme der Ordnung $\langle \Delta p^2 \rangle$. Für die zeitliche Änderung des Mittelwertes des Impulses gilt:

$$\frac{d}{dt} \langle \check{p} \rangle = \frac{i}{\hbar} \langle [\check{H}, \check{p}] \rangle .$$

Setzen wir für $\check{H}$ Gleichung (33) ein, so erhalten wir:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\langle\check{p}\rangle &= \frac{i}{\hbar} \left\{ \left\langle [V(x), \check{p}] \right\rangle + \gamma \left\langle [W(x, \partial/\partial x, \psi), \check{p}] \right\rangle \right\} \\ &= - \left\langle \frac{\partial V}{\partial x} \right\rangle - \gamma \left\langle \frac{\partial W}{\partial x} \right\rangle ,\end{aligned}$$

woraus durch Vergleich mit (35) folgende Bedingung folgt:

$$\left\langle \frac{\partial W}{\partial x} \right\rangle = \langle\check{p}\rangle . \quad (36)$$

Die zeitliche Änderung des Mittelwertes der Energie ergibt sich dann zu:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\langle\check{E}\rangle &= \frac{i}{\hbar} \langle [\check{H}, \check{E}] \rangle = \frac{i}{\hbar} \left\langle \left[\gamma W, \frac{\check{p}^2}{2B} \right] \right\rangle = \frac{i}{\hbar} \frac{\gamma}{2B} \langle \check{p} [W, \check{p}] + [W, \check{p}] \check{p} \rangle \\ &= - \frac{\gamma}{2B} \left\langle \check{p} \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial x} \check{p} \right\rangle .\end{aligned}$$

Da der Erwartungswert von $\check{F}$,

$$\langle\check{F}\rangle = \frac{1}{2} \left\langle \left(\check{p} \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial x} \check{p} \right) \right\rangle = \langle\check{p}\rangle \left\langle \frac{\partial W}{\partial x} \right\rangle$$

das quantenmechanische Analogon des ersten Korrelationskoeffizienten, für die unkorrelierten Zufallsvariablen $\check{p}$ und $\partial W/\partial x$ verschwindet, ergibt sich die zeitliche Änderung des Mittelwertes der Energie unter Verwendung von (36) zu

$$\frac{d}{dt}\langle\check{E}\rangle = - \frac{\gamma}{B} \langle\check{p}\rangle \left\langle \frac{\partial W}{\partial x} \right\rangle = - \frac{\gamma}{B} \langle\check{p}\rangle^2 ,$$

so daß die Mittelwerte den Gleichungen (35) genügen, die dem Ehrenfest'schen Theorem entsprechen. Bislang wurden zwei Klassen von Operatoren untersucht, die die Bedingungsgleichungen (34) und (36) erfüllen. Die erste ist auf Kostin⁴⁴⁾ zurückzuführen und folgt aus der Integration der Gleichung (36):

$$W = -\frac{1}{2} i \hbar (\ln \psi / \psi^* - \langle \ln \psi / \psi^* \rangle). \quad (37)$$

Da für die Phase $S(x,t)$ einer beliebigen Wellenfunktion $\psi = |\psi| e^{iS/\hbar}$

$$S = -\frac{1}{2} i \hbar \ln(\psi / \psi^*)$$

gilt, läßt sich das Kostin-Potential in sehr einfacher Form schreiben

$$W = \hbar (S - \langle S \rangle).$$

Dies ist eng verwandt mit der hydrodynamischen Interpretation der Schrödingergleichung⁴⁵⁾, wo die Phase $S/\hbar$ einer beliebigen Wellenfunktion

$$\psi(x,t) = \phi(x,t) e^{i S(x,t)/\hbar}$$

Lösung der Hamilton-Jacobi-Gleichung für den Grenzübergang $\hbar \rightarrow 0$ ist und somit $S/\hbar$ ein "Geschwindigkeitspotential" mit dem Impuls $p = -\partial S / \partial x$ darstellt. Die zweite Klasse von Operatoren, die die Gleichungen (34) und (36) erfüllen, geht auf Süssmann zurück

$$W = \langle \check{p} \rangle (x - \langle x \rangle) + \frac{1}{2} c [x - \langle x \rangle, \check{p} - \langle \check{p} \rangle]_+, \quad (38)$$

jedoch sind nur die Fälle mit $c=0$ und $c=1/2$ von physikalischer Bedeutung⁴⁶). Obwohl die Gleichungen (37) und (38) auf den ersten Blick sehr verschieden aussehen, zeigt es sich, daß für den speziellen Fall $c=0$ die Lösungen der entsprechenden zeitabhängigen Schrödingergleichung einander sehr ähnlich sind⁴⁷). Ein schöner Überblick über die verschiedenen Ansätze, Reibung in die Quantenmechanik einzuführen, wurde von Hasse in Referenz⁴⁶) gegeben. Im Gegensatz zu anderen Reibungsansätzen läßt sich für das Kostinpotential $W(x, \Psi)$ zeigen, daß die gaussförmige Wellenfunktion $\Psi(x, 0)$ mit der Anfangsbreite a_0 (siehe Gleichung (21)) in die Grundzustandswellenfunktion des harmonischen Oszillators übergeht^{45,46}). Figur 12 zeigt für die Reaktion $^{86}\text{Kr} + ^{92}\text{Mo}$ die zeitliche Entwicklung der vollen Halbwertsbreite FWHM bzw. FWHM als Funktion des totalen kinetischen Energieverlustes TKEL für verschiedene Werte der Reibungskonstanten $\gamma = 0, 0.012, 0.06$ und 0.3 (fm/c)^{-1} von oben nach unten. Die nicht-lineare zeitabhängige Schrödingergleichung wird mit Hilfe eines Crank-Nicolson-Verfahrens gelöst^{48,49}). Die oberste Kurve ($\gamma=0$) entspricht der analytischen Lösung der Gleichung (20), die waagrechte Linie dem theoretischen Gleichgewichtswert $\text{FWHM} = 2\sqrt{\ln 2} \sqrt{\hbar/(B_{zz} w)}$. Da hier der kollektive Massenparameter B_{zz} aus dem experimentellen Sättigungswert bestimmt worden ist, fallen theoretischer und experimenteller Gleichgewichtswert zusammen. Die Anfangsbreite $a_z(0)$ wurde zu $a_z(0) \approx 0.67$ gewählt (siehe auch Figur 10). Wir sehen, daß die FWHM mit der doppelten Frequenz w_0 mehr oder weniger stark gedämpft um den Gleichgewichtswert oszilliert entsprechend der Reibungsstärke γ bzw. sich diesem asymptotisch nähert im Falle starker Reibung, wie es die unterste Kurve zeigt ($\gamma=0.3$). Während der Mittelwert $\langle Z \rangle_t$ mit der klassischen verschobenen Frequenz $w = \sqrt{w_0^2 - 1/4 \gamma^2}$ schwingt, oszilliert die Breite quantenmechanisch mit der doppelten Frequenz w_0 , wobei w_0 die Kreisfrequenz des ungedämpften harmonischen Oszillators ist. Die mittlere durchgezogene Kurve entspricht dem klassischen Fall kritischer Dämpfung $\gamma \approx 2\beta = 2w_0 \approx 0.09 \text{ (fm/c)}^{-1}$. Im Gegensatz zur klassischen Physik erreicht die Breite nicht auf schnellstem Wege den Gleichgewichtswert, sondern schwingt zunächst darüber

hinaus, um sich ihm asymptotisch zu nähern. Aufgrund der großen Fehlerbalken der experimentellen Daten ¹⁵⁾ ist es schwierig zu unterscheiden, inwieweit der steile Anstieg der vollen Halbwertsbreite FWHM für kleine Energieverluste TKEL und ihre scheinbare Sättigung für TKEL $\gtrsim 36$ MeV einer kritisch gedämpften bzw. stark gedämpften quantenmechanischen kollektiven Bewegung entspricht. Dieser Unterschied ist in Figur 13 deutlicher zu sehen. Wie in Figur 12 ist die zeitliche Entwicklung der vollen Halbwertsbreite FWHM für verschiedene Werte der Reibungskonstanten γ dargestellt, jedoch für einen kollektiven Massenparameter B_{zz} , der einem einfachen hydrodynamischen Modell ⁵⁰⁾ entnommen und nicht aus dem experimentellen Sättigungswert bestimmt worden ist, $B_{zz} \approx 5 \text{ fm}^2 \text{ mp}$. Dieser Wert ist etwa einen Faktor 2 größer als der, welcher der experimentellen Sättigung entspricht. Deshalb liegt der theoretische Gleichgewichtswert unter dem gemessenen. Die mittlere durchgezogene Kurve entspricht wieder dem klassischen Fall kritischer Dämpfung ($\gamma \approx 0.07$). Sie beschreibt zwar den steilen Anstieg der FWHM für kleine Energieverluste recht gut, verläuft dann aber am unteren Rand der gemessenen Punkte und konvergiert gegen den theoretischen Gleichgewichtswert. Obwohl die experimentellen Daten kein eindeutiges oszillierendes Verhalten erkennen lassen, kann der weitaus größte Teil der gemessenen Breite aufgrund der quantenmechanischen Unschärfe im Ladungsasymmetriefreiheitsgrad erklärt werden, während der verbleibende Rest durch thermische Fluktuationen infolge der Kopplung an die inneren Freiheitsgrade bestimmt wird. Dieses Bild ist insofern konsistent, als mit größer werdendem Energieverlust (TKEL $\gtrsim 50$ MeV) die quantenmechanische Breite kleiner wird und gegen den theoretischen Gleichgewichtswert strebt, so daß der Beitrag der thermischen Fluktuationen mit wachsendem Energieverlust bzw. steigender Temperatur an Bedeutung gewinnt. Es liegt also nahe, die gemessenen Breiten, insbesondere den steilen Anstieg für kleine Energieverluste, als Hinweis auf eine kritisch gedämpfte quantenmechanische kollektive Bewegung anzusehen und den verbleibenden Teil der Breite für höhere Energieverluste thermischen Fluktuationen zuzuordnen. Ein ähnliches Verhalten ist in Figur 14 für den mit Hilfe der Cranking-Formel berechneten kollektiven Massenparameter B_{zz} zu

sehen ¹⁶⁾, $B_{zz} \approx 10.78 \text{ fm}^2_{\text{mp}}$. Da dieser Wert um etwa einen Faktor 2 größer ist als der, welcher aus einem einfachen hydrodynamischen Modell ⁵⁰⁾ folgt, liegt der theoretische Gleichgewichtswert noch niedriger als in Figur 13. Die mittlere Kurve entspricht wieder dem klassischen Fall kritischer Dämpfung ($\gamma \approx 0.04$). Um jedoch den steilen Anstieg der FWHM für kleine Energieverluste beschreiben zu können, mußte aufgrund der größeren kollektiven Masse B_{zz} ein kleinerer Wert für die Anfangsbreite $a_z(0)$ gewählt werden, $a_z(0) \approx 0.27$ (siehe auch Figur 8), da ein kleinerer Wert für $a_z(0)$ einer größeren Unschärfe in der kinetischen Energie der kollektiven Bewegung entspricht, wie in Tabelle 2 zu sehen ist. Es ist klar, daß ein Zusammenhang besteht in der Wahl der Anfangsbreite $a_z(0)$, des kollektiven Massenparameters B_{zz} und der Reibungskonstanten γ , wenn wir die experimentellen Daten und ihre scheinbare Sättigung erklären wollen. Für kleinere Anfangsbreiten $a_z(0)$ braucht man eine größere Reibungskonstante, um die Sättigung rasch zu erreichen. Passen wir den kollektiven Massenparameter B_{zz} am Experiment an, so ändert sich dieser relativ stark bis zu einem Faktor 10, wenn wir von einem System auf ein anderes übergehen ⁵¹⁾. Es wäre deshalb wichtig zu untersuchen, inwieweit dieses Verhalten aus dem Cranking-Modell bzw. einem einfachen hydrodynamischen Modell folgt. Insbesondere ist die Annahme eines konstanten kollektiven Massenparameters unrealistisch, da der Massenparameter in der Nähe des Zerreißpunktes der Fragmente divergiert ^{22,50)}, was im Falle eines adiabatischen Prozesses zu einer enormen Verkleinerung der quantenmechanischen Breiten führen würde ⁵²⁾. Die hier geschilderte quantenmechanische Beschreibung des Ladungsasymmetriefreiheitsgrades ist ähnlich der von Hernandez et.al. ⁵⁰⁾ und Hofmann et.al. ⁵³⁾. Während Hernandez et.al. ⁵⁰⁾ eine zeitabhängige Schrödingergleichung mit Kostin-Reibungspotential entlang einer klassischen Bahn mit zeitabhängiger Oszillatorkonstanten $k_z(t)$ und zeitabhängigem kollektiven Massenparameter $B_{zz}(t)$ lösen, behandeln Hoffmann et.al. ⁵³⁾ den Ladungsausgleich mit Hilfe einer quantenmechanischen Mastergleichung, die für kleine Temperaturen in die hier verwendete Beschreibung übergeht. Da die gemessenen Breiten der isobaren

Ladungsverteilungen in tiefinelastischen Reaktionen durch die quantenmechanische Unschärfe im Ladungsasymmetriefreiheitsgrad erklärt werden können, liegt es nahe, die kollektive Bewegung des Ladungsausgleiches auf die Anregung und den Zerfall der isovektoriellen Dipolriesenresonanz des zusammengesetzten Kern-Kern Systems zurückzuführen, die einer Schwingung von Protonen und Neutronen gegeneinander entspricht. In sphärischen Kernen ist die Phononenenergie der Dipolriesenresonanz gegeben durch ¹⁸⁾

$$\hbar \omega = \frac{78}{A^{1/3}} \text{ MeV}.$$

Für die Dipolriesenresonanz des zusammengesetzten Systems würde man dann größenordnungsmäßig erwarten ¹⁵⁾,

$$\hbar \omega = \frac{78}{A_1^{1/3} + A_2^{1/3}} \text{ MeV}$$

so daß sich $\hbar \omega$ für das System $^{86}\text{Kr} + ^{92}\text{Mo}$ ergibt zu $\hbar \omega \approx 8.74 \text{ MeV}$. Dieser Wert stimmt etwa mit dem überein, der dem experimentellen Sättigungswert ($\hbar \omega \approx 9.33 \text{ MeV}$) oder dem einfachen hydrodynamischen Modell entnommen worden ist ($\hbar \omega \approx 6.47 \text{ MeV}$). Andere Systeme wie Fe+Fe, Fe+Ho, Fe+Pb, Fe+Bi und Fe+U ⁵⁴⁾ zeigen ein ähnliches Verhalten wie Kr+Mo. Lediglich für Xe+Au ⁵⁵⁾ erreicht die volle Halbwertsbreite FWHM für große Energieverluste kein Plateau, sondern wächst proportional zur Wurzel aus der Temperatur T an. Da Gross und Hartmann ⁵⁶⁾ in einer sehr sorgfältigen Rechnung gezeigt haben, daß sie unter der Annahme eines stochastischen Austauschs von Nukleonen und unter Beachtung des Pauli-Prinzips nicht in der Lage sind, den steilen Anstieg der Varianz $A^{2/Z}$ für kleine Energieverluste in den oben genannten Reaktionen vernünftig zu beschreiben, ist ein weiterer Hinweis dafür, daß der schnelle Prozeß des Ladungsausgleichs eine quantenmechanische kollektive Bewegung ist, die mit der Anregung und dem Zerfall der isovektoriellen Dipolriesenresonanz des zusammengesetzten Kern-Kern Systems zusammenhängt.

Der Massenasymmetriefreiheitsgrad

In diesem Abschnitt wollen wir die zeitliche Entwicklung des Massenasymmetriefreiheitsgrades $\eta_A = (A_1 - A_2) / (A_1 + A_2)$ entlang des Talbodens der kollektiven Potentialenergiefläche genauer untersuchen. Während die Bewegung im Ladungasymmetriefreiheitsgrad einer kollektiven quantenmechanischen Bewegung von Protonen und Neutronen gegeneinander entspricht, kann die Bewegung im Massenasymmetriefreiheitsgrad im Rahmen unserer Theorie ²⁰⁻²²⁾ als eine kollektive Schwingung von Protonen und Neutronen in Phase betrachtet werden, eine Oktupol bzw. höheren ungeraden Multipolwerten ähnlichen entsprechende Bewegung des Kern-Kern Systems. Wie für den Ladungasymmetriefreiheitsgrad beschreiben wir die Entwicklung des Massenasymmetriefreiheitsgrades durch eine zeitabhängige Schrödingergleichung

$$\ddot{H}(\vec{R}(t), \eta) \psi(\eta, t) = i\hbar \frac{\partial \psi(\eta, t)}{\partial t} \quad (39)$$

mit $\eta = \eta_A$, hier jedoch entlang einer klassischen Bahn $\vec{R}(t)$, die wir durch Lösung klassischer Bewegungsgleichungen mit radialen und tangentialen Reibungskräften erhalten. Dieses semiklassische Verfahren ist insofern gerechtfertigt, da die der Relativbewegung zugeordnete de Broglie-Wellenlänge an der Coulombbarriere VCB

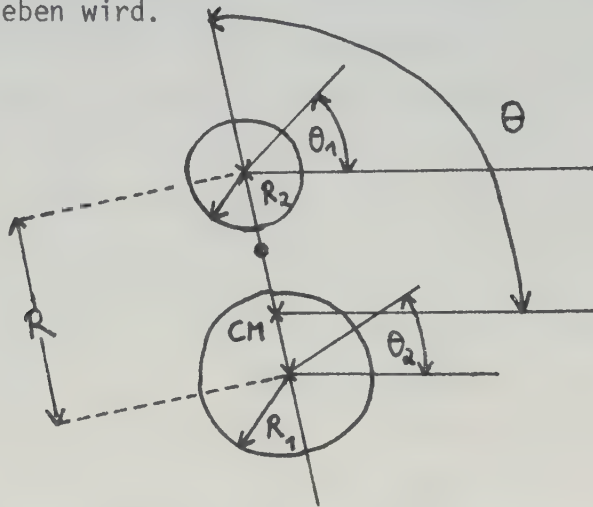
$$\lambda = \frac{\hbar}{\sqrt{2\mu(E_{cm} - V_{CB})}}$$

für die hier betrachteten Reaktionen klein ist im Vergleich zu typischen Wechselwirkungsabständen in der Streuung zweier schwerer Ionen. Für $^{86}\text{Kr} + ^{166}\text{Er}$ bei einer Einschußenergie von 8.2 MeV/A finden wir $\lambda \approx 0.04$ fm. Dieser Wert ist sehr klein im Vergleich zur Reichweite der Kernkräfte von etwa 1-2 fm.

In Analogie zu Bondorf et.al.⁵⁷⁾ verwenden wir folgende Lagrange-funktion,

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\mathcal{B}_{RR} \dot{R}^2 + I \dot{\Theta}^2 + I_1 \dot{\Theta}_1^2 + I_2 \dot{\Theta}_2^2) + \vec{\mathcal{B}}_{R\gamma} \dot{R} \dot{\gamma} + \frac{1}{2} \mathcal{B}_{\gamma\gamma} \dot{\gamma}^2 - V(R, \gamma, T) \quad (40)$$

die neben dem Abstand R der Zentren der beiden schweren Ionen und ihrem Polarwinkel Θ , den Winkeln Θ_1 und Θ_2 , die die innere Rotation der Fragmente beschreiben (siehe Figur), die Massenasymmetriekoordinate γ enthält, mit der der Massenaustausch zwischen den beiden schweren Ionen beschrieben wird.



Die kollektiven Massenparameter $\mathcal{B}_{RR}$, $\mathcal{B}_{R\gamma}$ und $\mathcal{B}_{\gamma\gamma}$ sind Funktionen von R und γ und werden mit Hilfe der Cranking-Formel im BCS-Formalismus⁴¹⁾ bestimmt. Seien x und y beliebige kollektive Variablen, dann gilt:

$$\begin{aligned} \mathcal{B}_{xy} = & 2\hbar^2 \sum_{\mu, \nu} \frac{\langle \nu | \partial/\partial x | \mu \rangle \langle \mu | \partial/\partial y | \nu \rangle}{\tilde{\epsilon}_\mu + \tilde{\epsilon}_\nu} (u_\nu v_\mu - v_\nu u_\mu)^2 \\ & + \hbar^2 \sum_{\nu} \frac{1}{v_\nu^2} \left(\frac{\partial u_\nu}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial u_\nu}{\partial y} \right) \frac{1}{\tilde{\epsilon}_\nu} . \end{aligned} \quad (41)$$

μ, ν sind die BCS-Besetzungswahrscheinlichkeiten des ν -ten Einteilchenniveaus, $v_\nu^2 = 1 - u_\nu^2$, $|v\rangle$ die entsprechende Einteilchenwellenfunktion im asymmetrischen Zweizentrenoszillatorschalenmodell⁴²⁾, $\tilde{\epsilon}_\nu$ die Quasiteilchenenergie, $\tilde{\epsilon}_\nu = \sqrt{(\epsilon_\nu - \lambda)^2 + \Delta^2}$, die von der Einteil-

chenenergie ϵ_V , der Fermikante λ und dem Gapparameter Δ abhängt, der kleinsten Anregungsenergie eines gepaarten Nukleons. Wie in Referenz ^{58,59}) nehmen wir an, daß für die vibrationsähnliche kollektive Bewegung des Massentransfers im Rahmen unserer Theorie die Änderung der Wellenfunktion klein ist im Vergleich zur Änderung der Besetzungszahlen und verwenden deshalb zur Berechnung der kollektiven Massenparameter nur den zweiten Term in Gleichung (41). Dies gilt auch für die kollektive Masse B_{RR} , welche die Relativbewegung der beiden Kerne beschreibt, solange beide Kerne stark überlappen. Für nicht überlappende Fragmente, d.h. asymptotisch für große Abstände R , verschwindet dieser Anteil, da sich für $R \rightarrow \infty$ die Besetzungswahrscheinlichkeiten nicht mehr ändern. Der Anteil, der von der Änderung der Wellenfunktionen herrührt, strebt dagegen asymptotisch gegen die reduzierte Masse ^{58,59}). Da dieser Term numerisch sehr aufwendig zu berechnen ist, addieren wir einfach die reduzierte Masse zur Änderung der Besetzungswahrscheinlichkeiten hinzu. Eine Temperaturabhängigkeit der kollektiven Massenparameter wird aus Gründen der Einfachheit nicht berücksichtigt. Dies ist jedoch nur für Reaktionen mit niedriger Anregungsenergie gerechtfertigt wie die Neutronen induzierte Spaltung, da sich die kollektiven Massenparameter für Temperaturen kleiner als die kritische Temperatur $T_c \approx 0.5$ MeV, die dem Zusammenbruch der Paarkraftkorrelationen entspricht, nicht stark ändern ⁶⁰). Für Schwerionenreaktionen bei Einschußenergien weit über der Coulombbarriere sollte die Temperaturabhängigkeit jedoch in Zukunft berücksichtigt werden.

Figur 15 zeigt den kollektiven Massenparameter $B_{\gamma\gamma}(L(R), \gamma)$ als Funktion der Massenasymmetriewariablen γ für $^{252}_{104}\text{Ku}$ bei fester Kernlänge $L=24\text{fm}$ des zusammengesetzten Systems. Dieser Wert entspricht etwa der Berührungskonfiguration zwischen Projektil und Target in der Reaktion $^{86}\text{Kr} + ^{166}\text{Er}$. Da die Transfermasse $B_{\gamma\gamma}$ als Funktion von γ starke Schwankungen aufweist, deren Breiten den Abständen der Punkte entsprechen, an denen sie berechnet worden sind, verwenden wir in praktischen Rechnungen geglättete Massen, um diese methodischen und numerischen Unsicherheiten zu reduzieren. Dabei zeigt es sich, daß die Dynamik des Massenaustausches zwischen

zwei schweren Kernen und damit die Elementverteilung $d6/dA_1$ bzw. $d6/dZ_1$ sehr stark davon abhängen, ob "exakte" oder geglättete Massenparameter benutzt werden, nicht jedoch vom Grad der Glättung im Sinne der Approximation nach der Methode der kleinsten Quadrate^{61,62}). Im Anhang wird die in dieser Arbeit verwendete Methode der Interpolation bzw. Glättung genauer beschrieben.

Die Kopplungsmasse $B_{R\eta}$ wird wegen $B_{R\eta}^2 \ll B_{RR} \cdot B_{\eta\eta}$ vernachlässigt. Für die Trägheitsmomente I, I_1 und I_2 wählen wir der Einfachheit halber die eines starren Körpers:

$$I = \mu R^2, \quad I_1 = \frac{2}{5} M_1 R_1^2, \quad I_2 = \frac{2}{5} M_2 R_2^2,$$

wobei μ die reduzierte Masse ist und R_1, R_2 die Oberflächenradien der Projektil und Target ähnlichen Fragmente sind. Wegen

$$M_1 = A_1 m_p, \quad M_2 = A_2 m_p$$

$$A_1 = (1+\eta) A/2, \quad A_2 = (1-\eta) A/2$$

und $R_i = r_0 A_i^{1/3}$, $i=1,2$ ($r_0 = 1.2249$ fm) erhalten wir die Trägheitsmomente als Funktion von η zu:

$$I = \frac{A_1 A_2}{A} m_p R^2 = \frac{A}{4} m_p (1-\eta)^2 R^2$$

$$I_1 = \frac{2}{5} A_1 m_p R_1^2 = \beta (1+\eta)^{5/3}$$

$$I_2 = \frac{2}{5} A_2 m_p R_2^2 = \beta (1-\eta)^{5/3}$$

mit $\beta = (r_0^2 m_p A^{5/3}) / (5 \cdot 2^{2/3})$, wobei m_p die Masse des Protons ist.

Diese einfachen Annahmen für die Trägheitsmomente sind jedoch nur dann sinnvoll, wenn der Abstand der Zentren der beiden schweren Ionen in jedem Punkt der klassischen Bahn im Wechselwirkungsbe- reich nicht wesentlich kleiner als $R_1 + R_2$ ist, die Summe der Radien von Projektil und Target, d.h. für nicht allzu stark über- lappende Kerne. Dies entspricht aber dem Bild einer tiefinelas- tischen Reaktion, wo die Identität von Projektil und Target im Mittel erhalten bleibt.

Um den Einfluß von Schalenkorrekturen und ihre Dämpfung auf den Massentransfer zu untersuchen, wird die kollektive potentielle Energie $V(R, \gamma, T)$ wie folgt temperaturabhängig gemacht

$$V(R, \gamma, T) = V_{LDM}(R, \gamma) + \delta U(R, \gamma, T=0) \cdot e^{-\frac{T^2}{T_0^2}} \quad (42)$$

mit einer Grenztemperatur $T_0 \approx 1.5$ MeV, die gemäß Gleichung (29) einer Anregungsenergie E^* von etwa 60 MeV in der Gegend um Uran entspricht. Für größere Anregungsenergien sollten die Schalen- korrekturen nach Jensen und Damgaard⁶³⁾ verschwinden. Auf diese Weise ist ein Ausschmieren der Schalenstrukturen mit steigender Temperatur gewährleistet. Die Tropfenmodellenergie $V_{LDM}(R, \gamma)$ wird nach Myers und Swiatecki⁶⁴⁾ berechnet und als temperatur- unabhängig angenommen. Dabei stimmt die Kernoberfläche mit der Fermioberfläche des Einteilchenpotentials des asymmetrischen Zweizentrenoszillatorschalenmodells⁴²⁾ überein. Die Schalen- korrekturenergie $U(R, \gamma, T=0)$ für verschwindende Temperatur wird mit Hilfe der Renormalisierungsvorschrift von Strutinsky⁶⁵⁾ be- rechnet und zwar für die verschiedenen Fragmente getrennt, indem jedes Einteilchenniveau mit der entsprechenden Wahrscheinlichkeit gewichtet wird, mit der sich ein Nukleon, welches ein Niveau be- setzt, im jeweiligen Fragment aufhält²⁶⁾. Die so bestimmten Schalenkorrekturen verhalten sich asymptotisch richtig, d.h. für große Separationen der Fragmente gehen sie in die Schalenkorrek- turenenergien der einzelnen Kerne über. δU enthält auch eine Paar- korrekturenergie, die im Rahmen des BCS-Formalismus unter Ver- wendung der Parameter von Brack et.al.⁶⁶⁾ berechnet wird.

Figur 16 zeigt die potentielle Energiefläche für $^{252}_{104}\text{Ku}$ als Funktion der Gesamtlänge $L(R)$ des Kern-Kern Systems und der Massenasymmetrieveriablen η . Zusätzlich sind die $\eta=0$ entsprechenden Kernformen für verschiedene Abstände R eingezeichnet. Wir beschränken uns hier der Einfachheit wegen auf Kernformen, deren Fragmente kugelförmig sind ($\beta_1=\beta_2=1$) und deren Hals entsprechend ($\epsilon=1$) eingeschnürt ist. β_1 und β_2 beschreiben die Quadrupoldeformationen der Fragmente und ϵ den Halsfreiheitsgrad (neck) im Rahmen des asymmetrischen Zweizentren-oszillatorschalenmodells, wobei ($\epsilon=0$) volle Halsdicke bedeutet. Diese sogenannte Fusionsfläche ist zu unterscheiden von der Spaltfläche, die in ϵ, β_1 und β_2 minimiert ist. Für die Beschreibung der Anfangsphase einer tiefinelastischen Reaktion sollte die Fusionsfläche ($\epsilon=\beta_1=\beta_2=1$) nicht allzu schlecht sein, da die Relativgeschwindigkeit der Schwerionen groß ist, so daß die Deformationen keine Zeit haben sich voll auszubilden. Daß damit die in der Endphase der Reaktion auftretenden möglicherweise stark prolat deformierten Fragmente ($\beta_1, \beta_2 \gg 1$) nicht beschrieben werden können sowie der Übergang zu einem Compoundkern ($\epsilon \approx 0$) und dessen eventuelle Spaltung, ist ein Problem, das in Zukunft zu lösen und für die vollständige Beschreibung einer dissipativen Reaktion wichtig ist. Deutlich sind in Figur 16 drei Täler zu erkennen, die auf die Schalenstruktur der verschiedenen Target-Projektil Kombinationen zurückführbar sind. Das erste Tal entspricht dem fast symmetrischen System $^{132}_{54}\text{Xe} - ^{120}_{50}\text{Sn}_{70}$ in der Nähe von $\eta \approx 0.05$, das zweite dem asymmetrischen System $^{86}_{36}\text{Kr}_{50} - ^{166}_{68}\text{Er}_{98}$ bei $\eta \approx 0.32$ und das dritte Tal den sehr asymmetrischen Systemen $^{50}_{22}\text{Ti}_{28} - ^{202}_{82}\text{Pb}_{120}$ und $^{48}_{20}\text{Ca}_{28} - ^{204}_{84}\text{Po}_{120}$ in der Umgebung von $\eta \approx 0.60$. Für $L = 24$ fm existiert eine Barriere von 20-30 MeV.

Um den Energie- und Drehimpuls Verlust, der in tiefinelastischen Reaktionen beobachtet wird, zu beschreiben, werden zwei Arten von phänomenologischen Reibungskräften eingeführt ⁵⁷⁾:

- eine radiale Reibungskraft, die im wesentlichen für die Abbremsung des Systems in radialer Richtung verantwortlich ist

- eine tangentielle Reibungskraft, die den Transfer von Drehimpuls aus der Relativbewegung in innere Rotation der Fragmente gewährleistet.

Während die radiale Reibungskraft proportional zur Radialgeschwindigkeit $\dot{R}$ ist, ist die tangentielle Reibungskraft proportional zur Relativgeschwindigkeit v_t der Oberflächen der beiden Schwerionen mit

$$v_t = R_1' (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}) + R_2' (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}) ,$$

wobei R_1' , R_2' die Abstände der Zentren der Kerne zum Zentrum des Überlappgebiets sind. Wegen

$$R_1' = \frac{R_1 R}{R_1 + R_2} \quad \text{und} \quad R_2' = \frac{R_2 R}{R_1 + R_2}$$

erhalten wir für die Relativgeschwindigkeit v_t :

$$v_t = \left(\frac{R}{R_1 + R_2} \right) [R_1 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}) + R_2 (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta})] .$$

Dabei haben wir angenommen, daß die tangentielle Reibungskraft im Zentrum des Überlappgebietes wirkt. Um einen diagonalen Reibungstensor zu erhalten, ist es sinnvoll, folgende verallgemeinerte Koordinaten einzuführen,

$$q_1 = R , \quad q_2 = R_1 (\theta_1 - \theta) + R_2 (\theta_2 - \theta) , \quad q_3 = \theta_2 - \theta_1 , \quad q_4 = \theta , \quad q_5 = \psi$$

da dann die radiale Reibungskraft proportional zu $\dot{q}_1$ und die tangentielle Reibungskraft proportional zu $\dot{q}_2$ ist. Während die Wahl von q_1 , q_2 und q_4 physikalisch eindeutig ist, wird q_3 der Einfachheit halber so gewählt. Reibung in q_3 würde einer Rollreibung entsprechen. Da in der klassischen Mechanik die Rollreibung wesentlich kleiner ist als die tangentielle Reibung, wird sie vernachlässigt. Die beiden "Grenzfälle" einer tiefinelastischen Reaktion sind an Hand obiger Koordinaten leicht zu erkennen.

Falls $\dot{q}_2=0$ haben wir es mit reinem Rollen zu tun (rolling), da die Geschwindigkeit des Berührungspunktes beider Kerne im Ruhesystem verschwindet. Ist zusätzlich $\dot{q}_3=0$, so rotiert das System als Ganzes mit der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\theta}$ wie ein starrer Körper (sticking). Die Euler-Lagrange'schen Bewegungsgleichungen für ein System mit Reibung lauten:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_j} \right) - \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_j} \right) = - \left(\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \dot{q}_j} \right) , \quad j = 1, 2, 3, 4, 5 \quad , \quad (43)$$

wobei die Lagrangefunktion $\mathcal{L}$ nur die konservativen Kräfte enthält. $\mathcal{F}$ ist die Rayleigh'sche Dissipationsfunktion

$$\mathcal{F} = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^5 \gamma_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j ,$$

γ der Reibungstensor. Nach Transformation auf die neuen Koordinaten ergeben sich folgende Bewegungsgleichungen:

$$B_{RR} \ddot{R} = - \frac{\partial V}{\partial R} + \frac{L^2}{I \cdot R} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial B_{RR}}{\partial R} \right) \dot{R}^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial B_{\varphi\varphi}}{\partial R} \right) \dot{\varphi}^2 - c_R f(R) \dot{R} \quad (44)$$

$$\frac{dL}{dt} = - \left(\frac{dL_1}{dt} + \frac{dL_2}{dt} \right) \quad (45)$$

$$\frac{dL_1}{dt} = - c_t R_1 \left(\frac{R}{R_1 + R_2} \right)^2 f(R) \left[R_1 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}) + R_2 (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}) \right] \quad (46)$$

$$\frac{dL_2}{dt} = - c_t R_2 \left(\frac{R}{R_1 + R_2} \right)^2 f(R) \left[R_1 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}) + R_2 (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}) \right] \quad (47)$$

$$B_{\varphi\varphi} \ddot{\varphi} = - \frac{\partial V}{\partial \varphi} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial B_{RR}}{\partial \varphi} \right) \dot{R}^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial I}{\partial \varphi} \right) \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial I_1}{\partial \varphi} \right) \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial I_2}{\partial \varphi} \right) \dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial B_{\varphi\varphi}}{\partial \varphi} \right) \dot{\varphi}^2 . \quad (48)$$

Während Gleichung (45) die Drehimpulserhaltung beschreibt, geben

die Gleichungen (46) und (47) die Änderung des Bahndrehimpulses L aufgrund der tangentialen Reibung an, der in innere Rotation der Fragmente geht. Diese Gleichungen sind physikalisch leicht zu interpretieren: die zeitliche Änderung der Drehimpulse L_1 und L_2 ist gleich dem Drehmoment der tangentialen Reibungskraft F_t

$$F_t = -C_t f(R) v_t$$

$$\frac{dL_1}{dt} = R_1' \cdot F_t$$

$$\frac{dL_2}{dt} = R_2' \cdot F_t$$

Die Stärke der Reibung wird durch die radialen und tangentialen Reibungskonstanten C_R und C_t bestimmt. $f(R)$ ist der Reibungsformfaktor, dessen R -Abhängigkeit wie in Referenz ⁵⁷⁾ gewählt worden ist. $f(R)$ ist im wesentlichen proportional dem Überlappvolumen der aneinander streuenden Kerne. Für konstante Massenparameter und Trägheitsmomente reduzieren sich die Gleichungen (44) und (48) auf folgende einfache klassische Gleichungen:

$$B_{RR} \ddot{R} = -\frac{\partial V}{\partial R} + \frac{L^2}{I \cdot R} - C_R f(R) \dot{R} \quad (48a)$$

$$B_{\gamma\gamma} \ddot{\gamma} = -\frac{\partial V}{\partial \gamma}$$

Die Relativbewegung $R(t)$ der beiden Ionen wird hauptsächlich durch den Gradienten des Potentials in R -Richtung und die radiale Reibungskraft bestimmt, während der Massentransfer einfach durch die treibende Kraft des Potentials aufgrund seiner γ -Abhängigkeit entlang der klassischen Bahn $R(t)$ beeinflusst wird. Da die Reibungskonstanten C_R und C_t von derselben Größenordnung sind ⁶⁷⁾, setzen wir $C_R = C_t$ der Einfachheit wegen. Für Werte der Reibungskonstanten C_R zwischen 100 und 500 MeV/(c fm⁴) je nach Einschußenergie, was dem Fall starker Reibung von Bondorf et.al. ⁵⁷⁾ entspricht, erhalten wir einen vernünftigen Energieverlust

verglichen zum Experiment und eine relativ gute Beschreibung des gemessenen Wilczynskiplots⁶²). Die klassischen Bewegungsgleichungen (44) – (48) werden mit Hilfe eines Prädiktor-Korrektor Verfahrens numerisch gelöst. Der Energieverlust $\tilde{E}(t)$ aus der Relativbewegung $R(t)$ ergibt sich aus der Arbeit des Systems gegen die radiale Reibungskraft

$$d\tilde{E}(t) = 2 \mathfrak{F}_R dt,$$

wobei $\mathfrak{F}_R$ der radiale Anteil der Rayleigh'schen Dissipationsfunktion ist

$$\mathfrak{F}_R = \frac{1}{2} \gamma_{11} \dot{q}_1^2 = \frac{1}{2} c_R f(R) \dot{R}^2.$$

Die thermische Anregungsenergie $E^*(t)$ als Funktion der Zeit bestimmt sich aus dem Energieverlust $\tilde{E}(t)$ wie folgt:

$$E^*(t) = f \cdot \tilde{E}(t-\tau) \quad . \quad (49)$$

Der Parameter f mit Werten zwischen 0 und 1 beschreibt den Teil des Energieverlustes $\tilde{E}(t)$, der erst nach einer Zeit τ in Wärme übergeht, was zur Zerstörung der Schalenstrukturen führt. τ entspricht der Zerfallszeit der angeregten kollektiven Zustände wie hochliegende Oberflächenschwingungen und Riesenresonanzen in Viel Teilchen-Viel Loch Konfigurationen, so daß es erst nach einer Zeit τ zwischen 10^{-22} und 10^{-21} s zur Aufheizung des Systems kommt. $(1-f) \cdot \tilde{E}$ beschreibt den anderen Teil der dissipierten Energie, der in kollektiven Freiheitsgraden steckt wie in tiefliegenden Oberflächenschwingungen oder in Einteilchenfreiheitsgraden wie der prompten Emission von Nukleonen, die keinen Einfluß auf die Schalenstruktur haben. Die Kerntemperatur $T(t)$ bestimmt sich aus Gleichung (29), die automatisch beinhaltet, daß die innere Anregungsenergie der Fragmente proportional zu ihren Massenzahlen ist. In dieser Arbeit setzen wir der Einfachheit wegen $f=0$ und studieren die beiden Grenzfälle $f=0$ und $f=1$.

$f=0$ bedeutet, daß keine Energie aus der Relativbewegung in thermische Energie dissipiert wird, so daß die Schalenstrukturen der Fragmente während der ganzen Reaktion erhalten bleiben. $f=1$ dagegen bedeutet, daß der gesamte Energieverlust $\tilde{E}(t)$ in thermische Energie geht, was zu einer Zerstörung der Schalenstrukturen führt. Dabei zeigt es sich, daß die Wirklichkeit zwischen diesen beiden Grenzfällen liegt, so daß die Untersuchung der Dämpfung der Schalenkorrekturenergien mit einem vernünftigen Wert für γ und ihr Einfluß auf die Dynamik des Massentransfers von großer Wichtigkeit ist. Vernachlässigen wir in Gleichung (40) den Kopplungsterm proportional zu $\ddot{R}\dot{\gamma}$, so hat die klassische Energie des Systems folgende Form:

$$H = \frac{p_R^2}{2B_{RR}} + \frac{L^2}{2I} + \frac{L_1^2}{2I_1} + \frac{L_2^2}{2I_2} + \frac{p_\gamma^2}{2B_{\gamma\gamma}} + V(R, \gamma, T) + \tilde{E}(t). \quad (50)$$

$p_R = B_{RR} \dot{R}$ ist der Relativimpuls, $p_\gamma = B_{\gamma\gamma} \dot{\gamma}$ der Impuls, welcher der kollektiven Bewegung des Massentransfers entspricht. Quantisieren wir in Gleichung (50) die Massenasymmetriekoordinate γ nach der Pauli-Vorschrift⁶⁸⁾, so erhalten wir eine zeitabhängige Schrödingergleichung (39) mit dem Hamiltonoperator

$$\begin{aligned} \check{H}(\vec{R}(t), \gamma) = & \frac{p_R^2}{2B_{RR}} + \frac{L^2}{2I} + \frac{L_1^2}{2I_1} + \frac{L_2^2}{2I_2} - \frac{\hbar^2}{2} \frac{1}{B^{1/2}} \frac{\partial}{\partial \gamma} \frac{1}{B^{1/2}} \frac{\partial}{\partial \gamma} \\ & + V(R(t), \gamma, T) + \tilde{E}(t) - \frac{i\hbar}{4} \frac{\partial}{\partial t} \ln B, \end{aligned} \quad (51)$$

in welchen wir die Lösungen der klassischen Bewegungsgleichungen (44)-(47) einsetzen. Auf diese Weise hängen die kollektiven Massenparameter, insbesondere die Transfermasse $B \equiv B_{\gamma\gamma}(R, \gamma)$ und das Potential $V(R, \gamma, T)$ implizit durch den Relativabstand $R(t)$ von der Zeit ab. Da B auch das Volumenelement bestimmt, ist die Erhaltung der Norm für alle Zeiten nur durch das imaginäre Potential $i\hbar/4 \partial/\partial t \ln B$ gewährleistet⁶⁹⁾

$$\int_{-1}^{+1} |\psi(\gamma, t)|^2 \sqrt{B} d\gamma = 1. \quad (52)$$

Wie bei der Behandlung des Ladungsasymmetriefreiheitsgrades lösen wir die zeitabhängige Schrödingergleichung (39) mit der Anfangsbedingung,

$$\Psi(\eta, 0) = \frac{1}{\int_{-1}^{+1} \exp\left[-\left(\frac{\eta - \eta_i}{a_0}\right)^2\right] B^{1/2} d\eta} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\eta - \eta_i}{a_0}\right)^2} \quad (53)$$

die einer gaussförmigen Verteilung um $\eta_i = (A_T - A_P)/(A_T + A_P)$ entspricht mit einer frei wählbaren Breite a_0 . η_i charakterisiert die Massenasymmetrie im Eingangskanal, A_T , A_P sind die Massenzahlen von Projektil und Target, a_0 den möglicher Weise stattfindenden Nukleontentransfer von zwei bis drei Nukleonen bevor die Kerndichten anfangen stärker zu überlappen für $R = R_C$. Der Wechselwirkungsradius R_C wird so gewählt, daß er den experimentellen quarter point Radius wiedergibt ³¹⁾

$$R_C \approx 1.2 (A_T^{1/3} + A_P^{1/3}) + 2 \text{ fm}. \quad (54)$$

Die Rechnung wird gestoppt, wenn beide Ionen wieder den kritischen Abstand R_C erreichen, was einer Trennung der Fragmente in unserem Modell kugelförmiger Kerne entspricht. Die Wellenfunktion $\Psi(\eta, t_f)$ zu dieser Zeit t_f bestimmt dann den Aufbruch des Systems in zwei Fragmente entsprechend der Massenasymmetrie η . Dabei zeigt es sich, daß für $R \gg R_C$ der Massenfluß zwischen den beiden Kernen wegen des Ansteigens der kollektiven Transfermasse B für große Abstände R ²⁷⁾ unterdrückt wird und daß die Anfangsbreite a_0 innerhalb vernünftiger Grenzen keinen großen Einfluß auf die Dynamik des Massentransfers und die Elementverteilungen $d6/dA_1$ bzw. $d6/dZ_1$ hat, solange a_0 nicht wesentlich kleiner gewählt wird als es dem Massentransfer von ein paar wenigen Nukleonen entspricht wegen der damit verbundenen Unschärfe $\langle \Delta E^2 \rangle$ in der kinetischen Energie der kollektiven Bewegung ²⁷⁾.

Analog zum Ladungsasymmetriefreiheitsgrad ist die Wahrscheinlichkeit $P_b(\eta, t)$ zur Zeit t den Wert der Massenasymmetrievariablen

zu finden für festen Stoßparameter b gegeben durch

$$P_b(\eta, t) = |\Psi(\eta, t)|^2 \sqrt{B} \quad , \quad (55)$$

so daß der differentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\eta$ durch Integration über den Stoßparameterbereich $(b_{\text{crit}}, b_{\text{max}})$ ergibt zu:

$$\frac{d\sigma}{d\eta} = 2\pi \int_{b_{\text{crit}}}^{b_{\text{max}}} P_b(\eta, t) b \, db \quad .$$

Wegen

$$\frac{d\sigma}{d\eta} = \int_{b_{\text{crit}}}^{b_{\text{max}}} \frac{d^2\sigma}{db d\eta} \, db$$

erhalten wir für den doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitt:

$$\frac{d^2\sigma}{db d\eta} = 2\pi P_b(\eta, t) b \quad .$$

Da in unserer semiklassischen Näherung im allgemeinen jeder Stoßparameter b eindeutig mit einem Energieverlust $E \equiv \text{TKEL} = -Q$ verknüpft ist, können wir schreiben:

$$\frac{d^2\sigma}{dE d\eta} = \frac{d^2\sigma}{db d\eta} \cdot \frac{db}{dE} \quad .$$

Um mit dem Experiment vergleichen zu können, müssen wir noch über ein Energieintervall ΔE der Breite 20-50 MeV integrieren, je nach Experiment und erhalten:

$$\frac{d^2\sigma}{d\langle E \rangle d\eta} = \frac{1}{\Delta E} \int_{\langle E \rangle - \Delta E/2}^{\langle E \rangle + \Delta E/2} \frac{d^2\sigma}{dE d\eta} \, dE \quad ,$$

wobei $\langle E \rangle$ den mittleren totalen kinetischen Energieverlust darstellt.

Setzen wir obige Beziehung ein, so gilt:

$$\frac{d^2\delta}{d\langle E \rangle d\gamma} = \frac{1}{\Delta E} \int_{\langle E \rangle - \Delta E/2}^{\langle E \rangle + \Delta E/2} \frac{d^2\delta}{db d\gamma} \left(\frac{db}{dE} \right) dE \approx \frac{1}{\Delta E} \int_{\langle b \rangle - \Delta b/2}^{\langle b \rangle + \Delta b/2} \frac{d^2\delta}{db d\gamma} db = \frac{\Delta b}{\Delta E} \frac{d^2\delta}{d\langle b \rangle d\gamma},$$

wobei wir $\langle b \rangle = b(\langle E \rangle)$ gesetzt haben. Dies, sowie der Übergang von der Integration über E zur Integration über b ist nur richtig, wenn zwischen Energieverlust E und Stoßparameter b ein linearer Zusammenhang besteht, was näherungsweise erfüllt ist ⁶²).

Um die Ladungsverteilung $d\delta/dZ_1$ zu erhalten, nehmen wir an, daß die Ladungszahl Z_1 der Projektil bzw. Target-ähnlichen Fragmente durch $(Z/A) \cdot A_1$ gegeben ist (UCD). Dann gilt

$$\gamma = \frac{A_1 - A_2}{A} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z} = \frac{2Z_1 - Z}{Z},$$

und die Elementverteilung $d\delta/dZ_1$ bzw. der doppelt differentielle Wirkungsquerschnitt $d^2\delta/(d\langle E \rangle dZ_1)$ ergeben sich unter Verwendung obiger Gleichungen zu:

$$\frac{d\delta}{dZ_1} = \left(\frac{d\gamma}{dZ_1} \right) \frac{d\delta}{d\gamma} = \frac{4\pi}{Z} \int_{b_{\text{crit}}}^{b_{\text{max}}} P_b(\gamma, t) b db \quad (56)$$

$$\frac{d^2\delta}{d\langle E \rangle dZ_1} = \left(\frac{d\gamma}{dZ_1} \right) \frac{d^2\delta}{d\langle E \rangle d\gamma} = \frac{4\pi}{Z} \frac{1}{\Delta E} \int_{\langle E \rangle - \Delta E/2}^{\langle E \rangle + \Delta E/2} P_b(\gamma, t) b \left(\frac{db}{dE} \right) dE. \quad (57)$$

Die obere Grenze b_{max} wird durch den totalen Reaktionsquerschnitt bestimmt, der von dem maximalen Q -Wert abhängt, welcher experimentell noch berücksichtigt wird. Für die Reaktionen, die im nächsten Abschnitt genauer untersucht werden, können wir die untere Grenze $b_{\text{crit}} = 0$ annehmen. Im Anhang werden wir etwas genauer auf den Vergleich zwischen Theorie und Experiment eingehen, insbesondere auf den Unterschied zwischen Zählerexperimenten und chemischen Experimenten.

Diskussion der Ergebnisse

Die Reaktionen Xe+Sn und Kr+Er

In diesem Abschnitt untersuchen wir die beiden Reaktionen $^{132}\text{Xe} + ^{120}\text{Sn}$ und $^{86}\text{Kr} + ^{166}\text{Er}$, welche zum selben "Compoundkern" ^{252}Ku führen. Da $^{132}_{54}\text{Xe} - ^{120}_{50}\text{Sn}$ ein fast symmetrisches System ist, sollte der Mittelwert der Massenasymmetrievariablen η keine Drift aufgrund einer treibenden Kraft $-\partial V/\partial \eta$ gemäß Gleichung (48a) zeigen. Die Elementverteilung d^6/dZ_1 sowie der doppelt differenzielle Wirkungsquerschnitt $d^2\sigma/d\langle E \rangle dZ_1$ müßten symmetrisch sein. Im Gegensatz dazu sollte die asymmetrische Target-Projektil Kombination $^{86}_{36}\text{Kr} - ^{166}_{68}\text{Er}$ eine Drift zur Symmetrie um $\eta \approx 0$ aufweisen. Beide Reaktionen haben den Vorteil, daß bei den hier betrachteten Energien und dissipierten Drehimpulsen ($\sim 30\hbar$) sequentielle Spaltung der Reaktionsprodukte vernachlässigbar ist. Außerdem liegt der jeweilige Einschubpunkt in unmittelbarer Nähe des Talbodens der Potentialenergiefläche (siehe Figur 1),

$$z_p - \langle z_1 \rangle \approx -0.340 \quad (\text{Xe+Sn}), \quad z_p - \langle z_1 \rangle \approx -0.322 \quad (\text{Kr+Er})$$

so daß sich eine separate Behandlung des Ladungsasymmetriefreiheitsgrades erübrigt, und wir in erster Näherung folgenden Zusammenhang zwischen der Ladungszahl Z_1 und der Massenzahl A_1 der Projektil- bzw. Target ähnlichen Fragmente annehmen können,

$$Z_1 = (Z/A) A_1$$

was UCD entspricht. Da $^{120}_{50}\text{Sn}$ eine abgeschlossene Protonenschale besitzt ($Z=50$), $^{132}_{54}\text{Xe}_{78}$ in der Nähe abgeschlossener Protonen und Neutronen Schalen liegt ($Z=50$, $N=82$) und $^{86}_{36}\text{Kr}_{50}$ eine abgeschlossene Neutronenschale ($N=50$) hat, unterscheidet sich die potentielle Energie $V(R, \eta, T)$ für niedrige Temperaturen stark von der eines geladenen Flüssigkeitstropfens, so daß beide Reaktionen für das Studium des Schalenstruktureinflusses auf den Nukleonten-transfer geeignet sind.

Figur 17 zeigt die gemäß Gleichung (56) berechnete Elementverteilung $d6/dZ_1$ für die Reaktion $^{132}\text{Xe} + ^{120}\text{Sn}$ bei 5.9 MeV/A, was einer Einschubenergie von etwa 90 MeV über der Coulombbarriere entspricht, verglichen mit den experimentellen Daten (offene Kreise) von Sann et.al. ³⁰⁾. In Tabelle 4 sind einige charakteristische Größen der Reaktion aufgeführt wie z.B. die de Broglie-Wellenlänge λ , der Stoßparameter b_{gr} , der Bahndrehimpuls l_{gr} sowie der Streuwinkel θ_{gr}^{cm} für einen streifenden Stoß sowie der differentielle Wirkungsquerschnitt $(d6/dl)_{l_{gr}}$ und der totale Reaktionsquerschnitt σ_R . Die theoretische Verteilung wird durch die durchgezogene Kurve beschrieben mit $l_{max} = l_{gr}$, $f=0$ und $C_R = 400 \text{ MeV}/(\text{cfm})^4$. Sie ist symmetrisch um $\eta = \eta_i$ bzw. $Z_1=54$, der Ladungszahl des Projektils, während die experimentelle Verteilung bei $\eta=0$, $Z_1=52$ entsprechend ihr Maximum hat. Gemäß den Gleichungen (29), (42) und (49) bedeutet $f=0$, daß keine Energie aus der Relativbewegung in thermische Energie dissipiert wird, so daß die Schalenstruktur der Fragmente während der ganzen Reaktion erhalten bleibt. Aus diesem Grunde ist das zur Zeit $t=0$ um $\eta_i \approx 0.05$ lokalisierte Wellenpaket (siehe Gleichung (53)) in dem tiefen Potentialtopf um $\eta=0$ gefangen. Dies ist selbst für kleine Stoßparameter der Fall. Obwohl sie zu einem stärkeren Überlapp der beiden Kerndichten führen, kommt es nicht zu einem verstärkten Massentransfer zwischen den beiden Ionen. Wegen dieses Fokussierungseffekts ist es dem Wellenpaket nur möglich sich bis zu Werten von $\eta \approx 0.2$ auszubreiten, so daß die theoretischen Punkte unterhalb der experimentellen Daten liegen für η -Werte, die einem stärker asymmetrischen Aufbruch entsprechen ($\eta > 0.2$).

Wählen wir dagegen $f=1$, so werden die Schaleneffekte wegen $\eta=0$ von Anfang an ausgeschmiert, da nach Gleichung (42) die Energie aus der Relativbewegung sofort in thermische Energie transferiert wird. Dies ist gleichbedeutend damit, daß der steile parabelförmige Verlauf der potentiellen Energie um $\eta=0$ flacher wird, so daß sich das Wellenpaket ungehindert zu höheren Asymmetrien hin ausbreiten kann. Aus diesem Grunde ist die theoretische Elementverteilung viel zu breit verglichen zum Experiment, wie es in Figur 18 zu sehen ist.

Der Vergleich beider theoretischer Kurven in Figur 17 und 18 mit den experimentellen Daten zeigt uns, wie wichtig Schalenstrukturen und ihre Erhaltung für einen großen Teil der Reaktion sein können, auch wenn die gemessenen Elementverteilungen keine Maxima in der Gegend magischer Schalenabschlüsse aufweisen. Das letzte wäre ein direkter Hinweis auf Schalenstruktureffekte in tief inelastischen Kollisionen, die bevorzugte Bildung von Elementen in der Gegend doppelt abgeschlossener Schalen wie z.B. $^{40}_{20}\text{Ca}_{20}$, $^{132}_{50}\text{Sn}_{82}$ und $^{208}_{82}\text{Pb}_{126}$.

Es zeigt sich nun, daß diese Ergebnisse vom Wert des radialen Reibungsparameters C_R abhängen, welcher die Reaktionszeiten für verschiedene Stoßparameter bestimmt. Die aus den klassischen Bewegungsgleichungen(43) gewonnenen Reaktionszeiten sind zu klein im Vergleich zu jenen, welche einer Parametrisierung der "experimentellen" Deflektionsfunktion entsprechen⁴³⁾ bzw. aus der zeitabhängigen Hartree-Fock-Theorie (TDHF) folgen⁷⁰⁾. Dies liegt an dem großen Wert, den wir für die Reibungskonstante C_R gewählt haben ($C_R=400$). Figur 19 zeigt den totalen kinetischen Energieverlust TKEL der auslaufenden Fragmente und die Reaktionszeit t als Funktion des Eingangsbahndrehimpulses l in Einheiten von $\hbar$ für die Reaktion $\text{Xe}+\text{Sn}$ bei $E_{\text{Lab}} = 5.9 \text{ MeV/A}$ für verschiedene Werte der Reibungskonstanten $C_R = 400, 200 \text{ MeV/(cfm}^4)$. Die gestrichelt gezeichnete Kurve entspricht $C_R=400$, die durchgezogene $C_R=200$. Während die Kurven $\text{TKEL}(l)$ nahezu parallel zueinander verlaufen mit einer Differenz von etwa 10 MeV, unterscheiden sich die Reaktionszeiten t als Funktion von l für die verschiedenen Reibungsparameterwerte recht drastisch voneinander. Für l -Werte in der Nähe des Grazingdrehimpulses ($l_{gr} \approx 236$) sind sie fast identisch, für kleinere l -Werte dagegen ($l < 160$) steigt die $C_R=200$ entsprechende Kurve steil an, während die $C_R=400$ entsprechende linear weiterläuft. Für fast zentrale Stöße sind die Reaktionszeiten im Falle sehr starker Reibung ($C_R=400$) kleiner gleich $7 \cdot 10^{-22} \text{ s}$, während sie für $C_R=200$ durchaus $2 \cdot 10^{-21} \text{ s}$ und größer betragen in Übereinstimmung mit anderen Modellen^{43,70)}. Außerdem führen hier Partialwellen $l \approx 80$ im Falle kleinerer Reibung zu Fusion; deshalb

brechen die $C_R=200$ entsprechenden Kurven bei $l=80$ ab. Der Fusionsquerschnitt

$$\sigma_{fus} = \pi \lambda^2 l^2, \quad \lambda = \frac{\hbar}{\sqrt{2\mu E_{cm}}}$$

ist jedoch mit $\sigma_{fus} \approx 17.25 \text{ fm}^2$ im Vergleich zum totalen Reaktionsquerschnitt $\sigma_R \approx 156.9 \text{ fm}^2$ vernachlässigbar (siehe Tabelle 4). Um "realistische" Wechselwirkungszeiten zu erhalten, sollte der Wert des radialen Reibungsparameters C_R zwischen 100 und 200 $\text{MeV}/(\text{c fm}^4)$ gewählt werden. Diese kleineren Werte liefern auch eine vernünftige theoretische Beschreibung des experimentellen Wilczynski-Plots⁶²⁾ Wählen wir nun $C_R=200$, so werden wir sofort mit einem anderen Problem konfrontiert. Wegen der längeren Wechselwirkungszeiten kommt es zur teilweisen Reflexion des zunächst gaussförmigen Wellenpakets an der Potentialbarriere bei $\eta = \pm 0.2$ (siehe Figur 16), so daß die Wellenfunktion $\Psi(\eta, t)$ Oszillationen aufweist. Dies ist in Figur 20 zu sehen, welche die Elementverteilung $d\delta/dZ_1$ unter der Annahme $f=0, \eta=0$ und $C_R=200 \text{ MeV}/(\text{c fm}^4)$ zeigt. $f=0$ bedeutet, daß die Schalenstruktur während der ganzen Reaktion erhalten bleibt. Während die experimentelle Verteilung relativ glatt ist, ist die theoretische Verteilung an ihren Flanken durch oszillatorische Strukturen gekennzeichnet. Dies gilt auch für den Fall $f=1, \eta=0$ in Figur 21, welcher einer vollen exponentiellen Dämpfung der Schalenstrukturen entspricht, da der gesamte Energieverlust in thermische Energie dissipiert wird ($f=1$) und zwar ohne Verzögerung ($\eta=0$), obwohl die Oszillationen an den Flanken der theoretischen Verteilung nicht so deutlich sichtbar sind wie in Figur 20. Auch hier zeigt sich wie im Falle der sehr starken Reibung ($C_R=400$), daß die theoretische Elementverteilung im oberen Teil zu breit ist. Dies wird besonders deutlich, wenn wir das Tropfenmodellpotential betrachten, d.h. die Schalenstrukturenergie $\delta U(R, \eta, T=0)$ in Gleichung (42) vernachlässigen, wie es in Figur 22 zu sehen ist. Wegen des relativ flachen Liquid-Drop Potentials kommt es zwar nicht zu einer Reflexion der Wellenfunktion $\Psi(\eta, t)$ an den Potentialwänden; dafür aber ist die

theoretische Verteilung viel zu breit. Da sich das Wellenpaket ungehindert zu größeren γ -Werten ($\gamma > 0.2$) ausbreiten kann, die stärker asymmetrischen Aufbrüchen entsprechen, sind die theoretischen Wirkungsquerschnitte für Elemente in unmittelbarer Nähe des Projektils bzw. des Targets sehr viel kleiner im Vergleich zum Experiment. Dies wird anschaulich klar, wenn wir Figur 23 betrachten.

Sie zeigt die potentielle Energie $V_1(R_c, \gamma, T=0)$ für ^{252}Ku gemäß Gleichung (42) als Funktion der Massenasymmetrievariablen γ bzw. der Massenzahl A_1 für verschwindende Temperatur ($T=0$) und zentralen Stoß ($l=0$) am Wechselwirkungsradius $R_c \approx 13.89$ fm, d.h. für sich berührende Kerne. Die Kurven sind jeweils auf den sphärischen Compoundkern des Tropfenmodells normiert. Deutlich sind die Minima aufgrund der Protonen und Neutronen Schalenabschlüsse zu erkennen, während die Liquid-Drop Energie $V_{\text{LDM}}^1(R_c, \gamma)$ die durch die gestrichelt gezeichnete Kurve dargestellt wird, einen glatten Verlauf zeigt. Da $^{120}_{50}\text{Sn}$ eine abgeschlossene Protonenschale besitzt ($Z=50$) und $^{132}_{54}\text{Xe}_{78}$ in der Nähe abgeschlossener Protonen und Neutronen Schalen liegt ($Z=50, N=82$), liegt der Einschubpunkt in dem durch einen Pfeil charakterisierten tiefen Minimum, dessen Oszillatorkonstante k_A um einen Faktor 5 größer ist als die Oszillatorkonstante, die aus dem Flüssigkeitstropfenmodell gemäß Gleichung (15) folgt. In den Tabellen 5 und 6 sind in Analogie zum Ladungsasymmetriefreiheitsgrad einige charakteristische Größen für den Massenasymmetriefreiheitsgrad erhalten, wobei wir das tiefe Minimum bei $\gamma \approx 0$ durch einen harmonischen Oszillator approximiert haben (Tabelle 5). Für einen mittleren kollektiven Massenparameter B_{AA} ist die klassische Schwingungszeit $T=2\pi/\omega$ doppelt so groß für den Fall voller Schalenstrukturen ($f=0$) als für verschwindende, so daß es bei längeren Wechselwirkungszeiten entsprechend $C_R=200$ zu Reflexionen an den Potentialwänden kommt. Der Fall gedämpfter bzw. aussterbender Schalenkorrekturen ($f=1$) entspricht dagegen einem kontinuierlichen Übergang von der durchgezogenen zur gestrichelten Kurve, so daß die Barriere als Funktion des Energieverlustes bzw. der Zeit immer flacher wird. Aus diesem Grunde

sind die Oszillationen infolge der Reflexion an der Barriere weniger ausgeprägt. Die theoretische Verteilung ist aber zu breit verglichen zum Experiment. In Figur 24 ist der Einfluß des Bahndrehimpulses l auf die potentielle Energie in Figur 23 zu sehen, wobei für das Trägheitsmoment J starre Rotation (sticking) des Kern-Kern Systems angenommen worden ist. Da J mit wachsender Asymmetrie kleiner wird und für symmetrische Konfigurationen ($A_1=A_2$) am größten ist, wird das Potential für große Drehimpulse l gemäß Gleichung (12) immer steiler. Dies gilt insbesondere für das tiefe Minimum um $\alpha=0$ aufgrund des $Z=50$, $N=82$ Schalenabschlusses, während die Minima bei höheren Asymmetrien verschwinden. Dabei haben wir angenommen, daß die Schalenkorrektur-energie $\delta U(R, \alpha, T=0)$ in Gleichung (42) unabhängig vom Drehimpuls l des zusammengesetzten Systems ist, eine Annahme, die sicherlich nicht gerechtfertigt ist ^{71,72}), aber aus Einfachheitsgründen hier verwendet werden soll.

Um die Oszillationen zu dämpfen, die bei Erhaltung der Schalenstruktur ($f=0$) bzw. ihrer teilweisen Ausschmierung ($f=1$) und "realistischen" Reaktionszeiten auftreten, führen wir in Analogie zum Ladungsasymmetriefreiheitsgrad ein Reibungspotential (37)

$$\gamma W = -\frac{\gamma}{2} i \hbar (\ln \psi / \psi^* - \langle \ln \psi / \psi^* \rangle)$$

in die zeitabhängige Schrödingergleichung (39) für den Massenasymmetriefreiheitsgrad ein. γ ist die Reibungskonstante in Einheiten von $(\text{fm}/c)^{-1}$ und W des Kostin-Potential (37). Mit Reibung ($\gamma \neq 0$) erhalten wir dieselbe Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment wie in Figur 17, die dem Fall starker radialer Reibung ($C_R=400$) und Erhaltung der Schalenstruktur ($f=0$) entspricht, deren Wechselwirkungszeiten aber zu klein sind im Vergleich zu anderen Modellen ^{43,70}). Dies ist in Figur 25 zu sehen. Sie zeigt die theoretische Elementverteilung $d6/dZ_1$ für Xe+Sn bei $E_{\text{Lab}} = 5.9 \text{ MeV}/A$ mit $f=0$, $\alpha=0$ und $\gamma=0.1 (\text{fm}/c)^{-1}$. Die Theorie beschreibt die experimentellen Daten in unmittelbarer Umgebung des Projektils bzw. des Targets recht gut, lediglich für Elemente, die stärker asymmetrischen Aufbrüchen entsprechen, liegen die theoretischen Punkte unterhalb der experimentellen. Dies zeigt, wie wichtig zu Beginn einer

Reaktion Schalenstrukturen und ihre Erhaltung sind, während ihre spätere Dämpfung nötig ist, um die Flanken der theoretischen Verteilung aufzufüllen. Figur 26 zeigt den doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitt $d^2\sigma/d\langle E \rangle dZ_1$ für verschiedene Energieverluste $E \pm \text{TKEL}$, wobei $\langle E \rangle$ einem mittleren Energieverlust für verschiedene Energieintervalle mit einer Breite von 20 MeV entspricht. Auf der linken Seite der Figur sind die nach Gleichung (57) berechneten theoretischen Verteilungen zu sehen, rechts davon die experimentellen Daten von Sann et.al.³⁰⁾. Um mit dem Experiment vergleichen zu können, haben wir die theoretischen Wirkungsquerschnitte mit den entsprechenden experimentellen Skalenfaktoren multipliziert, die ein Vielfaches von $\sqrt{10}$ von unten nach oben betragen. Wie im Experiment sind die theoretischen Verteilungen symmetrisch. Da wir in unserem einfachen semiklassischen Modell nur kugelförmige Fragmente betrachten und außerdem den radialen Reibungskoeffizienten C_R als konstant, d.h. zeitlich unabhängig annehmen, können wir nur Energieverluste bis zu 90 MeV beschreiben. Dies entspricht in etwa der Einschußenergie über der Coulombbarriere in der hier betrachteten Reaktion Xe+Sn bei $E_{\text{Lab}}=5.9 \text{ MeV/A}$. Daß Energieverluste bis zu 140 MeV beobachtet werden, ist ein Hinweis auf Quadrupoldeformationen der Fragmente⁷³⁾, die in fast zentralen Stößen auftreten könnten. In Figur 27 ist ein detaillierter Vergleich der theoretischen Kurven mit den experimentellen zu sehen. Für Energieverluste TKEL größer als 80 MeV übertrifft die theoretische Verteilung die experimentelle bei $\gamma \approx 0$. Dies liegt an dem hier verwendeten Wert für γ ($\gamma=0.1$), der wesentlich größer ist als der Wert, der dem klassischen Fall kritischer Dämpfung entspricht ($\gamma \approx 0.01$), wenn wir die in Tabelle 5 aufgeführten Werte für die Oszillatorkonstante k_A , den kollektiven Massenparameter B_{AA} und die Kreisfrequenz w verwenden ($\gamma_{\text{crit}}=2w$). Ansonsten werden die gemessenen Breiten bis etwa 80 MeV Energieverlust recht gut durch unsere quantenmechanische kollektive Theorie des Massenaustausches unter Erhaltung der Schalenstruktur beschrieben. Da 80 MeV Energieverlust mit einer Reaktionszeit von ungefähr 10^{-21} s verbunden ist (siehe Figur 19), entspricht dieses Bild einer Verzögerungszeit $\tau \approx 10^{-21} \text{ s}$, so daß es erst danach zur Aufheizung des Systems und

damit zur Dämpfung der Schalenkorrekturen kommt.

Die asymmetrische Target-Projektil Kombination $^{86}\text{Kr} + ^{166}\text{Er}$ ist durch einige interessante Eigenschaften als Funktion der Einschußenergie charakterisiert ^{30,31,74,13}). Bei Einschußenergien von 6 MeV/A und 8.2 MeV/A, die einer kinetischen Energie von etwa 86 MeV und 210 MeV über der Coulombbarriere entsprechen (siehe Tabelle 4), zeigt der Schwerpunkt der doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitte $d^2\sigma/dE dZ_1$ eine Drift zur Symmetrie ($\eta=0$) für große Energieverluste im Gegensatz zur Reaktion $^{132}\text{Xe} + ^{120}\text{Sn}$, wo die Verteilungen symmetrisch und gaussförmig sind um $\eta \approx 0$ und unabhängig vom totalen kinetischen Energieverlust TKEL. Deshalb ist die Elementverteilung $d\sigma/dZ_1$ der Projektil ähnlichen Fragmente, welche bei $Z_1=36$, der Ladungszahl des Projektils, ihr Maximum hat, durch eine bevorzugte Bildung von Elementen gekennzeichnet, die schwerer als das Projektil sind. Dies kann qualitativ mit Hilfe der potentiellen Energie als Funktion der Massenasymmetrieariablen η verstanden werden (siehe Figur 16, 23 und 24). Unser Wellenpaket ist zur Zeit $t=0$ in einem lokalen Minimum der kollektiven Potentialenergiefläche bei $\eta \approx 0.32$ lokalisiert, da $^{86}_{36}\text{Kr}_{50}$ eine abgeschlossene Neutronenschale hat. Deshalb kann sich das Wellenpaket zunächst nur etwas verbreitern, da die Drift zur Symmetrie durch die Barriere von etwa 5 MeV bei $\eta \approx 0.25$ behindert wird. Dies ist jedoch nur der Fall, wenn die Schalenstrukturen erhalten bleiben. Werden sie dagegen nach einer Zeit $\tau \approx 10^{-21}$ s ausgeschmiert infolge der Thermalisierung des Systems, so kann das Wellenpaket leichter zur Symmetrie driften wie es im Experiment für große Energieverluste entsprechend langen Reaktionszeiten beobachtet wird. Dabei ist folgendes zu beachten. Die Annahme von UCD für den Zusammenhang zwischen der Ladungszahl Z_1 und der Massenzahl A_1 der Projektil bzw. Target ähnlichen Fragmente, die in die Berechnung der Potentialenergiefläche eingeht, ist für die Reaktionsprodukte im Ausgangskanal recht gut erfüllt ³¹), nicht jedoch für den Eingangskanal selbst. Das Minimum bei $\eta \approx 0.32$ wird durch die N=50 Schale bestimmt, was einer Neutronenasymmetrie von $\eta_N \approx 0.324$ entspricht. Die Massenasymmetrie beträgt dagegen für $^{86}\text{Kr} + ^{166}\text{Er}$ $\eta_A \approx 0.317$. Für $\eta_i = \eta_A$ befinden wir uns nicht auf dem Boden des Tales bei $\eta \approx 0.32$, sondern an der Flanke links davon, was zu

einer Drift in Richtung noch größerer Asymmetrien führt. Es ist deshalb notwendig, den Einschußpunkt zu korrigieren und mit $\eta_i = \eta_N$ zu starten. Die entsprechenden Ladungszahlen von Projektil und Target betragen dann

$$z_p = (1 - \eta_N) z/2 \approx 35.14, \quad z_T = (1 + \eta_N) z/2 \approx 68.86$$

Ladungseinheiten. Die Figuren 28 und 29 zeigen die gemäß Gleichung (56) berechneten Elementverteilungen für die Reaktion $^{86}\text{Kr} + ^{166}\text{Er}$ bei Einschußenergien von 6 MeV/A und 8.2 MeV/A verglichen mit den experimentellen Daten von Sann et. al. ³⁰⁾, Rudolf et. al. ³¹⁾ und Gobbi et. al. ¹³⁾. Die Theorie wird durch die durchgezogenen gezeichneten Kurven beschrieben mit $R_c = 13.89$ fm, $f=0$, $\eta=0$ und $b_{\max} = b(l=200)$, $C_R = 400$ MeV/(c fm⁴) bei 6 MeV/A und $b_{\max} = b(l=320)$, $C_R = 500$ MeV/(c fm⁴) bei 8.2 MeV/A. In beiden Fällen ist keine Reibung im Massenasymmetriefreiheitsgrad berücksichtigt worden ($\gamma=0$), da die für den radialen Reibungsparameter C_R verwendeten Werte sehr starker Reibung entsprechen. Die theoretischen Wirkungsquerschnitte zeigen das richtige Verhalten im Vergleich zum Experiment. Sie fallen in Richtung Asymmetrie ($Z_1 < 36$) steiler ab als in Richtung Symmetrie ($Z_1 > 36$). Sie sind jedoch kleiner als die experimentellen Werte für Elemente, deren Ladungszahlen Z_1 wesentlich größer bzw. kleiner als die Ladungszahl Z_1 des Projektils sind ($Z_1 = 36$). Da wir $f=0$ angenommen haben, d.h. die Erhaltung der Schalenstruktur während der ganzen Reaktion, ist dies kein Wunder. Auch hier würde eine spätere Dämpfung der Schalenkorrekturen ($\tau \geq 10^{-21}$ s) die Flanken der theoretischen Verteilungen auffüllen und die Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment verbessern.

Gehen wir zu noch höheren Energien $E_{\text{Lab}} = 12.1$ MeV/A, was einer kinetischen Energie von 432 MeV über der Coulombbarriere entspricht, so ändert die Elementverteilung $d6/dZ_1$ ihren Charakter: Elemente leichter als das Projektil werden vorzugsweise gebildet ⁷⁴⁾.

Figur 30 zeigt die gemäß Gleichung (56) berechnete Elementverteilung $d6/dZ_1$ für die Reaktion $^{86}\text{Kr} + ^{166}\text{Er}$ bei $E_{\text{Lab}} = 12.1$ MeV/A mit

$R_C \approx 13.89 \text{ fm}$, $f=0$, $\gamma=0$, $l_{\max}=l_{gr}$, $C_R = 500 \text{ MeV}/(c \text{ fm}^4)$ und $\gamma=0$ verglichen mit den experimentellen Daten von Olmi et.al.⁷⁴⁾.

Das Experiment ist für $Z_1=36$ auf den theoretischen Wert normiert worden, da in Referenz ⁷⁴⁾ nur willkürliche Einheiten angegeben sind. Im Gegensatz zum Experiment zeigt die Theorie dasselbe Verhalten wie bei den kleineren Einschußenergien. Man könnte vermuten, daß die Fragmente schwerer als das Projektil bei den hier dissipierten Energien in einem zweiten Schritt der Reaktion spalten, so daß die theoretische Verteilung für $Z_1 > 36$ erniedrigt wird, während die Wirkungsquerschnitte für $Z_1 < 36$ erhöht werden. Andererseits zeigen die doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitte $d^2\sigma/d\langle E \rangle dZ_1$ bei 8.2 MeV/A und 12.1 MeV/A für festen kinetischen Energieverlust dasselbe unterschiedliche Verhalten, so daß sequentielle Spaltung ausgeschlossen werden kann. Eine andere Möglichkeit der Interpretation könnte das Aufbrechen der Projektil ähnlichen Fragmente aufgrund der Dynamik im Schwerionenstoß sein, wie es von Olmi et.al.⁷⁴⁾ vorgeschlagen worden ist.

Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurde die Dynamik des Ladungs und Massenasymmetriefreiheitsgrades im Rahmen der Fragmentationstheorie²⁰⁻²²⁾ mit Hilfe einer zeitabhängigen Schrödingergleichung untersucht. Neu ist die Einführung eines Reibungspotentials, welches die Kopplung dieser kollektiven Freiheitsgrade an die nicht explizit behandelten anderen kollektiven bzw. inneren Freiheitsgrade beschreibt. Dabei zeigt es sich, daß die gemessenen Breiten der isobaren Ladungsverteilungen, insbesondere deren steiler Anstieg für niedrige Energieverluste ($\text{TKEL} < 36 \text{ MeV}$) bzw. ihre Sättigung für größere Energieverluste ($\text{TKEL} > 36 \text{ MeV}$) in der $^{86}\text{Kr} + ^{92,98}\text{Mo}$ Reaktion durch die quantenmechanische Unschärfe im Ladungsasymmetriefreiheitsgrad zum größten Teil erklärt werden können. Der zu Beginn einer tief inelastischen Kollision stattfindende schnelle Ladungsausgleich kann somit als eine quantenmechanische kollektive gedämpfte Bewegung betrachtet werden, die mit der Anregung der isovektoriellen Dipolriesenresonanz des Kern-Kern Systems zusammenhängt.

Die Untersuchung des Massentransfers in den Reaktionen $^{132}\text{Xe} + ^{120}\text{Sn}$ und $^{86}\text{Kr} + ^{166}\text{Er}$ zeigt, wie wichtig zu Beginn einer tiefinelastischen Kollision Schalenstrukturen und ihre Erhaltung für einen großen Teil der Reaktion sind, auch wenn die Elementverteilungen keine Maxima in der Gegend magischer Schalenabschlüsse aufweisen. Die experimentellen Breiten werden bis 10 MeV/A recht gut unter Erhaltung der Schalenstruktur beschrieben. Lediglich für Elemente, die stärker asymmetrischen Aufbrüchen entsprechen, liegen die berechneten Wirkungsquerschnitte unter den gemessenen, so daß eine spätere Dämpfung der Schalenkorrekturen nötig ist ($\tau \approx 10^{-21} \text{ s}$), um die Flanken der theoretischen Verteilungen aufzufüllen. Dies ist konsistent mit dem Bild einer tiefinelastischen Kollision, wo die Energie aus der Relativbewegung in kollektive Zustände wie hochliegende Oberflächenschwingungen und Riesenresonanzen dissipiert wird, die erst nach einer Zeit τ in Viel Teilchen-Viel Loch Konfigurationen zerfallen, was einer Thermalisierung des Systems entspricht. Daß für niedrige Temperaturen ($T \approx 0$) die gemessenen Breiten durch die Fluktuation

aufgrund der Nullpunktsschwingung im Massenasymmetriefreiheitsgrad dominiert werden, während für höhere Temperaturen die Breiten durch eine Boltzmann-Verteilung der Vibrationszustände gegeben sind, ist anschaulich in Figur 31 für die Reaktion $^{86}\text{Kr} + ^{166}\text{Er}$ dargestellt. Für niedrige Temperaturen ($T \approx 0$) ist aufgrund der vollen Schalenstruktur die Phononenenergie $\hbar\omega$ wesentlich größer ($\hbar\omega \approx 2.95 \text{ MeV}$) als für hohe Temperaturen ($T \gg 2 \text{ MeV}$), wo die potentielle Energie dem Tropfenmodell entspricht ($\hbar\omega \approx 0.61 \text{ MeV}$). Da für hohe Temperaturen statistische Fluktuationen dominieren werden, wird es wichtig sein, unsere für kleine Temperaturen gültige quantenmechanische kollektive Theorie des Ladungs und Massentransfers so zu erweitern, daß sich ein stetiger Übergang zwischen diesen beiden Grenzfällen ergibt.

Anhang

Interpolieren und Glätten

Die kollektiven Massenparameter $B_{\mu\mu}(L, \mu)$ weisen als Funktion der Massenasymmetrieveriablen μ bei fester Kernlänge L Schwankungen auf, deren Breite dem Abstand der Punkte entsprechen, an denen sie berechnet wurden. Für $^{252}_{104}\text{Ku}$ sind die Massenfläche und die Potentialenergiefläche auf einem Gitter von $\Delta\mu = 0.05$ und $\Delta L = 0.5$ fm bekannt.

Um die Wirkung von zufälligen Fehlern in den Funktionswerten zu reduzieren bzw. der Kurve $y=f^*(x)$ einen ruhigeren Verlauf zwischen den Gitterpunkten zu geben, verwenden wir die Methode der kleinsten Quadrate, Least-Squares Fit genannt.

Falls die Funktion f in Form einer Tabelle $f(x_0), f(x_1), \dots, f(x_N)$ über dem Gitter $G = x_0, x_1, \dots, x_N$ bekannt ist, besteht die Methode darin, eine Funktion f^* der Form

$$f^*(x) = c_0 \varphi_0(x) + c_1 \varphi_1(x) + \dots + c_n \varphi_n(x)$$

zu finden, wobei $\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_n$ im voraus gewählte Funktionen und $c_0, c_1, \dots, c_n$ Parameter sind, deren Werte bestimmt werden sollen, so daß die euklidische Seminorm

$$\|f^* - f\|_{2,6} = \left(\sum_{i=0}^N |c_0 \varphi_0(x_i) + c_1 \varphi_1(x_i) + \dots + c_n \varphi_n(x_i) - f(x_i)|^2 \right)^{1/2}$$

so klein wie möglich wird. Falls $N=n$, so ist normalerweise

$$f^*(x_i) = f(x_i)$$

exakt in allen Gitterpunkten gültig, während für $m > n$ die Gleichungen im allgemeinen nur approximativ erfüllt werden können. Für $N=n$ sprechen wir dann von Interpolation, für $N > n$ von Ausgleichung,

Approximation, Glättung.

Wählen wir z.B. $\varphi_j(x) = x^j$, so ist die Klasse der möglichen $f^*(x)$ gleich der Klasse aller Polynome vom Grade n . Anschaulich entspricht dann $n=0$, $\varphi_0(x)=1$ dem Mittelwert, $n=1$,

$\varphi_0(x)=1$, $\varphi_1(x)=x$ dem Legen einer Geraden durch die Funktionswerte, $n=2$, $\varphi_0(x)=1$, $\varphi_1(x)=x$, $\varphi_2(x)=x^2$ dem Glätten bzw. Approximieren der Funktionswerte mit Hilfe einer Parabel usw.

Folgendes ist dabei zu beachten:

Falls wir es mit einem äquidistanten Gitter zu tun haben, sollte der maximale Grad der Entwicklungsfunktionen $n < 2\sqrt{N}$ sein, da es sonst in der Nähe der Intervallgrenzen zu großen Oszillationen kommen kann. Dies ist typisch für äquidistante Interpolation mit Polynomen höheren Grades und wird in der Literatur als Runge's Phänomen bezeichnet.

Lösung des Approximationsproblems

Satz:

Wenn $\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_n$ linear unabhängig sind, hat das Problem der Approximation nach kleinsten Quadraten eine eindeutige Lösung

$$f^* = \sum_{j=0}^n c_j^* \varphi_j$$

wobei die Koeffizienten c_j^* die sogenannten Normalgleichungen

$$\sum_{j=0}^n c_j^* (\varphi_j, \varphi_k) = (f, \varphi_k), \quad k=0,1,\dots,n$$

erfüllen. Die Lösung wird durch die Orthogonalitätseigenschaft charakterisiert, daß f^*-f zu allen φ_j , $j=0,1,\dots,n$ orthogonal ist.

Falls $\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_n$ ein Orthogonalsystem bilden, so werden die Koeffizienten c_j^* einfacher berechnet durch die Formel

$$c_j^* = \frac{(\varphi, \varphi_j)}{(\varphi_j, \varphi_j)}, \quad j = 0, 1, \dots, n.$$

Die Koeffizienten c_j^* werden Orthogonalkoeffizienten oder manchmal Fourierkoeffizienten genannt.

Haben wir es mit einem äquidistanten Gitter zu tun

$$G = x_0, x_1, \dots, x_N; \quad x_m = x_0 + m \cdot \Delta x, \quad m = 0, 1, \dots, N; \quad \Delta x = \frac{x_N - x_0}{N},$$

so ist es sinnvoll, die diskreten Tschebyscheff-Polynome $T_0, T_1, \dots, T_N$ als Entwicklungsfunktionen zu verwenden, da sie auf dem Gitter $x_m = m, m = 0, 1, \dots, N$ orthogonal sind.

Die diskreten Tschebyscheff-Polynome sind für alle x aus dem Intervall $[0, N]$ wie folgt definiert:

$$T_n(x) = \sum_{m=0}^n (-1)^m \binom{n}{m} \binom{n+m}{m} \frac{x! (N-m)!}{(x-m)! N!}$$

und haben folgende Eigenschaften:

$$(T_n, T_n) = \frac{(N+n+1)! (N-n)!}{(2n+1) (N!)^2} = \sum_{m=0}^N T_n(m) T_n(m)$$

$$T_0(x) = 1$$

$$T_1(x) = 1 - \frac{2x}{N}$$

$$(n+1)(N-n) T_{n+1}(x) = (2n+1)(N-2x) T_n(x) - n(N+n+1) T_{n-1}(x).$$

Mit Hilfe der Rekursionsbeziehung können wir den Wert des diskreten Tschebyscheff-Polynoms vom Grad $(n+1)$ an der Stelle x mit Hilfe der Tschebyscheff-Polynome von Grade n und $(n-1)$ berechnen.

Approximieren wir nun die Funktion $f(x)$, die auf dem äquidistanten Gitter G gegeben ist, mit Hilfe einer Entwicklung nach diskreten Tschebyscheff-Polynomen, deren maximaler Grad n ist, so erhalten wir:

$$f(x_m) = f[x(m)] = \tilde{f}(m), \quad m = 0, 1, \dots, N.$$

Dann folgt:

$$\tilde{f}^*(m) = \sum_{j=0}^n c_j^* T_j(m) \quad \text{mit} \quad c_j^* = \frac{(\tilde{f}, T_j)}{(T_j, T_j)}, \quad j = 0, 1, \dots, n.$$

Entsprechend der Definition des Skalarprodukts auf einem Gitter ergeben sich die Orthogonalkoeffizienten zu:

$$c_j^* = \frac{\sum_{m=0}^N \tilde{f}(m) T_j(m)}{\sum_{m=0}^N T_j(m) T_j(m)} = \frac{\sum_{m=0}^N f(x_m) T_j(m)}{\sum_{m=0}^N T_j(m) T_j(m)}.$$

Beispiel:

$$\begin{aligned} n=0 \quad \therefore \quad c_0^* &= \frac{\sum_{m=0}^N f(x_m) T_0(m)}{\sum_{m=0}^N T_0(m) T_0(m)} = \frac{\sum_{m=0}^N f(x_m) \cdot 1}{\sum_{m=0}^N 1 \cdot 1} = \frac{\sum_{m=0}^N f(x_m)}{(N+1)} \\ &= \langle f(x_m) \rangle, \end{aligned}$$

was anschaulich dem Mittelwert entspricht.

Ersetzen wir in der Rekursionsbeziehung der diskreten Tschebyscheff-Polynome n durch $(n-1)$, so erhalten wir folgende Gleichung, die das Polynom n -ten Grades mit den Polynomen $(n-1)$ und $(n-2)$ -ten Grades verknüpft:

$$n(N - (n-1)) T_n(x) = (2(n-1) + 1)(N - 2x) T_{n-1}(x) - (n-1)(N+n) T_{n-2}(x).$$

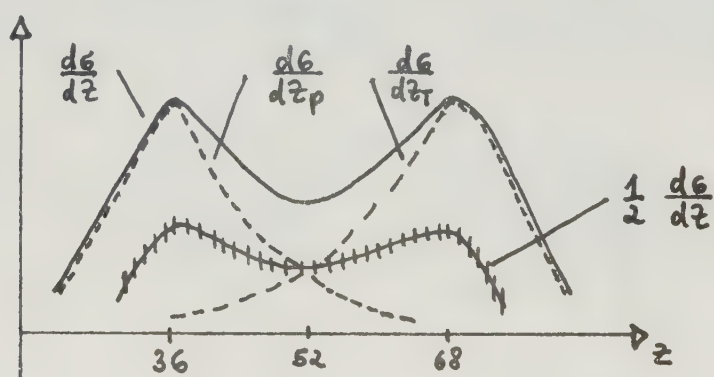
Einiges über Vergleich zwischen Theorie und Experiment

=====

Der Unterschied zwischen Zählerexperimenten und chemischen Experimenten

Symmetrische und asymmetrische Systeme

Bei asymmetrischen Systemen wie z.B. $^{86}_{36}\text{Kr} + ^{166}_{68}\text{Er}$ kann zwischen projektil- und targetähnlichen Reaktionsprodukten aufgrund der Kinetik insbesondere mit Hilfe des gemessenen Wilczynski-Plots unterschieden werden. Das Experiment liefert dann, falls alle Reaktionsprodukte nachgewiesen wurden und sequentielle Spaltung vernachlässigbar ist, identische Elementverteilungen für projektil- und targetähnliche Fragmente, die um die Ladungszahlen von Projektil und Target zentriert sind.



Durch Addition der target- und projektilähnlichen Elementverteilungen (gestrichelte Kurve) ergibt sich die Elementverteilung dG/dZ (durchgezogen gezeichnete Kurve)

$$\frac{dG}{dZ} = \frac{dG}{dZ_p} + \frac{dG}{dZ_t} ,$$

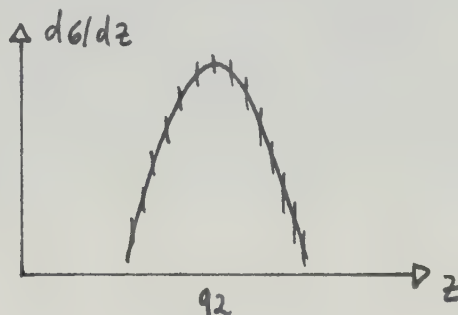
wie sie aus einem chemischen Experiment folgen würde, welches nicht zwischen target- und projektilähnlichen Fragmenten unterscheiden kann.

Dabei ist folgendes zu beachten:

$$\int_{z_{\min}}^{z_{\max}} \left(\frac{d\sigma}{dz} \right) dz = 2 \cdot \sigma_R, \quad \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} \left(\frac{d\sigma}{dz_p} \right) dz_p = \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} \left(\frac{d\sigma}{dz_T} \right) dz_T = \sigma_R.$$

Da das Integral über $d\sigma/dz$ den zweifachen Reaktionsquerschnitt ergibt und im allgemeinen auf σ_R normiert wird, sind die obigen $(d\sigma/dz)$ -Werte noch mit einem Faktor $1/2$ zu multiplizieren, und wir erhalten die mit $++++$ gekennzeichnete Kurve.

Für symmetrische Systeme wie ${}^{238}_{92}\text{U} + {}^{238}_{92}\text{U}$, wo auch in einem Zählerexperiment nicht zwischen projektil- und targetähnlichen Reaktionsprodukten unterschieden wird, wird ebenfalls mit dem Faktor $1/2$ multipliziert,



so daß das Integral über die Verteilung gleich dem Reaktionsquerschnitt ist $\int (d\sigma/dz) dz = \sigma_R$.

Theorie und Wirkungsquerschnitte

Die Fragmentationstheorie liefert für festen Stoßparameter b die Wahrscheinlichkeit $dP_b(\gamma)$

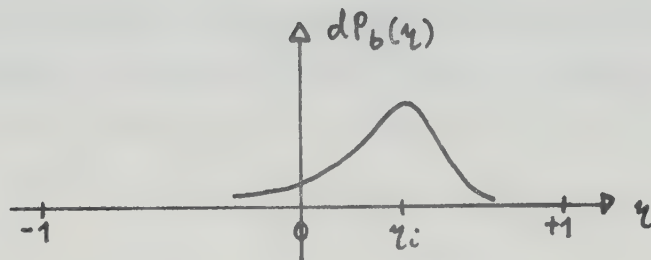
$$dP_b(\gamma) = |\Psi(\gamma, t_f)|^2 \sqrt{8\pi\gamma} d\gamma$$

für den Aufbruch des Systems in zwei Fragmente (A_1, Z_1) , (A_2, Z_2) ,

$$A_1 = \frac{(1+\eta)}{2} A \quad , \quad z_1 = \frac{(1+\eta)}{2} z$$

$$A_2 = \frac{(1-\eta)}{2} A \quad , \quad z_2 = \frac{(1-\eta)}{2} z$$

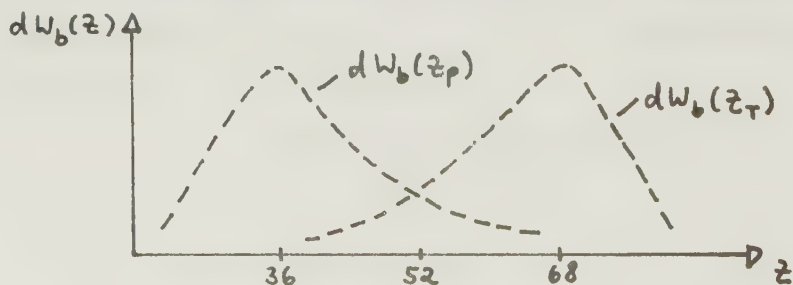
das einer Fragmentation zwischen η und $\eta+d\eta$ entspricht mit $\eta = (A_1 - A_2)/A$ und $\eta_A = \eta_z$.



Die Wahrscheinlichkeit $dW_b(Z_1)$ ein projektil- bzw. targetähnliches Fragment der Ladungszahl Z_1 zu finden, ist dann gegeben durch:

$$dW_b(z_1) = dP_b(\eta) \left(\frac{d\eta}{dz_1} \right) dz_1 = \frac{2}{z} dP_b(\eta) dz_1, \quad \eta = \eta(z_1).$$

Wegen der Symmetrie der η -Koordinate ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung $dW_b(Z_p)$ bzw. $dW_b(Z_T)$ der projektil- bzw. targetähnlichen Reaktionsprodukte symmetrisch bezüglich $\eta=0$, das $Z_p = Z_T = Z/2$ entspricht.



Wird nicht zwischen target- und projektilähnlichen Fragmenten unterschieden, sondern nach der Wahrscheinlichkeit gefragt,

ein Reaktionsprodukt der Ladung Z_1 zu finden, so gilt:

$$dW_b(z_1) = \frac{2}{z} \cdot [dP_b(\eta) + dP_b(-\eta)] dz_1, \quad \eta = \eta(z_1),$$

so daß für ein symmetrisches System wegen $dP_b(\eta) = dP_b(-\eta)$ folgt:

$$dW_b(z_1) = \frac{4}{z} \cdot dP_b(\eta) dz_1.$$

Die mit Hilfe dieser Wahrscheinlichkeitsverteilungen berechneten Wirkungsquerschnitte $\frac{d\sigma}{dz_1}$ müssen dann noch mit dem Faktor $1/2$ multipliziert werden, um sie auf den Reaktionsquerschnitt σ_R zu normieren.

$$\frac{d\sigma}{dz_1} = \frac{1}{2} \left[2\pi \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} dW_b(z_1) b db \right] = \pi \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} dW_b(z_1) b db$$

Literaturverzeichnis

- 1) U. Mosel, and W. Greiner, Z. Physik 222 (1969) 261
S.G. Nilsson, A. Sobiczewski, Z. Szymanski, S. Weycech,
C. Gustafsson, and P. Möller, Nucl.Phys. A115 (1968) 545
- 2) C.E. Bemis, Jr., J.R. Nix, Comments Nucl.Part. Phys.
7 (1977) 65, No 3.
- 3) W.U. Schröder, J.R. Huizenga,
Ann. Rev. Nucl. Sci. 27 (1977) 465
- 4) M. Lefort, C. Ngô, Ann. Phys. (Paris) 3 (1978) 5
- 5) V.V. Volkov, Phys. Rep. 44 (1978) 93
- 6) P. Glässel, D.v. Harrach, Y. Civelekoglu, R. Männer,
H.J. Specht, J.B. Wilhelmy, H. Freiesleben ,
K.D. Hildenbrand, Phys. Rev. Lett. 43 (1979) 1483
- 7) Yu. Ts. Oganessian, A.G. Demin, A.S. Iljinov,
S.P. Tretyakova, A.A. Pleve, Yu.E. Penionzhkevich,
M.P. Ivanov, Yu.P. Tretyakov, Nucl. Phys. A239 (1975) 157

Yu.Ts. Oganessian, A.S. Iljinov, A.G. Demin,
S.P. Tretyakova, Nucl. Phys. A239 (1975) 353
- 8) G. Münzenberg, S. Hofmann, F.P. Heßberger, W. Reisdorf,
K.H. Schmidt, J.H.R. Schneider, P. Armbruster, C.C. Sahm,
B. Thuma, Z,Physik A300 (1981) 107
- 9) Y. Eyal, A. Gavron, I. Tserruya, Z. Fraenkel, Y. Eisen,
S. Wald, R. Bass, G.R. Gould, G. Kreyling, R. Renfordt,
K. Stelzer, R. Zitsman, A. Gobbi, U. Lynen, H. Stelzer,
I. Rode, and R. Bock, Phys. Rev. Lett. 41 (1978) 625

- 10) B. Tamain, R. Chechik, H. Fuchs, F. Hanappe, M. Morjean,
C. Ngô, J. Pêter, M. Dakowski, B. Lucas, C. Mazur,
M. Ribrag, and C. Signarbieux, Nucl. Phys. A330 (1979) 253

- 11) L.G. Moretto, and R. Schmitt, Jour. de Phys. 37 (1976)
C5-109

- 12) H.A. Weidenmüller, Progr. in Nuclear Particle Physics
4 (1979) 273

- 13) A. Gobbi, W. Nörenberg, in "Heavy-Ion-Collisions", ed. by
R. Bock, vol II (North-Holland, Amsterdam, 1980) chapter 3

- 14) B. Gatty, D. Guerreau, M. Lefort, J. Pouthas, X. Tarrago,
J. Galin, B. Cauvin, J. Girard, and H. Nifenecker,
Z. Physik A273 (1975) 65

- 15) M. Berlinger, A. Gobbi, F. Hanappe, U. Lynen, C. Ngô,
A. Olmi, H. Sann, H. Stelzer, H. Richel, and M.F. Rivet,
Z. Physik A291 (1979) 133

- 16) R.K. Gupta, W. Scheid, and W. Greiner,
Phys. Rev. Lett. 35 (1975) 353

- 17) R.A. Broglia, C.H. Dasso, and A. Winther,
Phys. Lett. B61 (1976) 113

R.A. Broglia, C.H. Dasso, G. Pollaro, and A. Winther
Phys. Rev. Lett. 41 (1978) 25

R.A. Broglia, and A. Winther, Comments Nucl. Part Phys. 1979,
Vol. 8, No. 6, 179

- 18) J.M. Eisenberg, W. Greiner, Nuclear Theory, Vol. 1
(Nuclear Models), North-Holland, Amsterdam, 2nd ed. (1975)

- 19) N. Frascaria, P. Colombani, A. Gamp, J.P. Garron, M. Riou, J.C. Roynette, C. Stephan, A. Ameaume, C. Bizard, J.L. Laville, M. Louvel, Z. Physik A294 (1980) 167
- 20) H.J. Fink, W. Greiner, R.K. Gupta, S. Liran, J.A. Maruhn, W. Scheid, and O. Zohni, Proc. of the Int. Conf. on Reactions between Complex Nuclei, Nashville (1974) 21, North-Holland, Amsterdam
- 21) K.H. Ziegenhain, H.-J. Lustig, J. Hahn, J.A. Maruhn, W. Greiner, and W. Scheid, Fizika 9 (1977) 559, Supplement 4
- 22) J.A. Maruhn, W. Greiner, and W. Scheid, in "Heavy-Ion-Collisions", ed. by R. Bock, vol II (North-Holland, Amsterdam, 1980) chapter 6
- 23) P. Lichtner, D. Drechsel, J.A. Maruhn, and W. Greiner, Phys. Lett. B45 (1973) 175
- 24) J.A. Maruhn, and W. Greiner, Phys. Rev. Lett 32 (1974) 548
- 25) J.A. Maruhn, and W. Greiner, Phys. Rev. C13 (1976) 2404
- 26) H.-J. Lustig, Dissertation, Universität Frankfurt 1979
H.-J. Lustig, J.A. Maruhn, and W. Greiner, J. Phys. G6 (1980) L 25
- 27) S. Yamaji, W. Scheid, H.J. Fink, and W. Greiner, Z. Physik A278 (1976) 69
S. Yamaji, W. Scheid, H.J. Fink, and W. Greiner, J. Phys. G2 (1976) L189
S. Yamaji, K.H. Ziegenhain, H.J. Fink, W. Greiner, and W. Scheid, J. Phys. G3 (1977) 1283

- 28) K.D. Hildenbrand, H. Freiesleben , F. Pühlhofer,
W.F.W. Schneider, R. Bock, D.v. Harrach, and H.J. Specht,
Phys. Rev. Lett. 39 (1977) 1065

- 29) H. Freiesleben , K.D. Hildenbrand, F. Pühlhofer,
W.F.W. Schneider, R. Bock, D.v. Harrach, and H.J. Specht,
Z. Physik A292 (1979) 171

- 30) H. Sann, A. Olmi, Y. Civelekoglu, D. Pelte, U. Lynen,
H. Stelzer, A. Gobbi, Y. Eyal, W. Kohl, R. Renfordt,
I. Rode, G. Rudolf, D. Schwalm, and R. Bock,
Proc. of the Topical Conf. on Heavy-Ion Collisions,
Fall Creek Falls, ORNL (1977), Conf. 770602, 281

- 31) G. Rudolf, A. Gobbi, H. Stelzer, U. Lynen, A. Olmi,
H. Sann, R.G. Stokstad, and D. Pelte, Nucl. Phys.
A330 (1979) 243

- 32) S. Bjornholm, R. Bock, A. Gobbi, D. Habs, U. Lynen,
V. Metag, A. Olmi, H. Stelzer, H. Sann, H.J. Specht,
Proc. of the Int. Winter meeting on Nucl. Phys.,
Bormio (1978)
R. Bock, Y.T. Chu, M. Dakowski, A. Gobbi, E. Grosse,
A. Olmi, H. Sann, D. Schwalm, U. Lynen, W. Müller,
S. Bjørnholm, H. Esbensen, W. Wölfli, E. Morenzoni,
GSI-Preprint GSI-81-35

- 33) J. Rafelski, B. Müller, and W. Greiner,
Z. Physik A285 (1978) 49

- 34) U. Müller, Diplomarbeit, Universität Frankfurt 1980
J. Reinhardt, T. de Reus, B. Müller, W. Greiner,
G. Stoff, J. Kirsch, GSI Scientific Report 1980, p154

- 35) A.E.S. Green, Phys. Rev. 95 (1954) 1006

- 36) R. Vandenbosch, and J.R. Huizenga, Nuclear Fission, Academic Press, New York, (1973)
- 37) P.A. Seeger, CERN report 30 (1970) 217, vol.1, Geneva
- 38) E.C. Wu, K.D. Hildenbrand, H. Freiesleben , A. Gobbi, A. Olmi, H. Sann, and U. Lynen, GSI-Preprint (1981) in preparation
- 39) J.V. Kratz, W. Bröchle, H. Gäggeler, M. Schädel, K. Sümmerer, G. Wirth, Z. Physik A296 (1980) 141
J.V. Kratz, J. Poitou, W. Bröchle, H. Gäggeler, M. Schädel, G. Wirth, and R. Lucas, Nucl. Phys. A357 (1981) 437
- 40) D. Schüll, W.C. Shen, H. Freiesleben , R. Bock, F. Busch, D. Bangert, W. Pfeffer, and F. Pühlhofer, Phys. Lett, 102B (1981) 116
- 41) S.T. Belyaev, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 31 (1959) No. 11
- 42) J.A. Maruhn, and W. Greiner, Z. Physik 251 (1972) 431
- 43) G. Wolschin, Max-Planck Institut Preprint MPI-H-1979-V28
- 44) M.D. Kostin, J. Chem. Phys. 57 (1972) 3589
- 45) K.K. Kan, and J.J. Griffin, Phys. Lett 50B (1974) 241
- 46) R.W. Hasse, J. Math. Phys. 16 (1975) 2005
R.W. Hasse, Rep. Prog. Phys. 41 (1978) 1027
- 47) K. Albrecht, Phys. Lett 56B (1975) 127

- 48) A. Goldberg, H.M. Schey, J.L. Schwartz, Am.J. Phys.
35 (1967) 177
- 49) K.H. Ziegenhain, Dissertation, Universität Frankfurt 1982
- 50) E.S. Hernandez, W.D. Myers, J. Randrup, and B. Remaud,
Nucl. Phys. A361 (1981) 483
- 51) A. Sandulescu, private Mitteilung
- 52) U. Brosa, and D.H.E. Gross, Z. Physik A294 (1980) 217
- 53) H.Hofmann, C. Grégoire, R. Lucas, and C. Ngô, Z. Physik
A293 (1979) 229
- 54) A.C. Mignerey, V.E. Viola, H. Breuer, K.L. Wolf,
B.G. Glagola, J.R. Birkelund, D. Hilscher, J.R. Huizenga,
W.U. Schröder, and W.W. Wilcke, Phys. Rev. Lett. 45 (1980) 509
- 55) J. Poitou, R. Lucas, J.V. Kratz, W. Bröchle, H. Gäggeler,
M. Schädel, G. Wirth, Phys. Lett. 88B (1979) 69
- 56) D.H.E. Gross, and K.M. Hartmann, Hahn-Meitner-Institut
Preprint 1981
- 57) J.P. Bondorf, M.I. Sobel, and D. Sperber, Phys. Rep.
15 (1974) 83
- 58) P. Lichtner, D. Drechsel, J.A. Maruhn, and W. Greiner,
Phys. Rev. Lett. 28 (1972) 829
- 59) J.A. Maruhn, Dissertation, Universität Frankfurt 1973
- 60) A. Iwamoto, and W. Greiner, Z. Physik A292 (1979) 301
- 61) K. Depta, Diplomarbeit, Universität Frankfurt 1981

- 62) M. Uhlig, Diplomarbeit, Universität Frankfurt 1981
- 63) A.S. Jensen, and J. Damgaard, Nucl. Phys. A203 (1973) 578
- 64) W.D. Myers, and W.J. Swiatecki, Ark. Fys. 36 (1967) 343
- 65) V.M. Strutinsky, Nucl. Phys. A95 (1967) 420
V.M. Strutinsky, Nucl. Phys. A122 (1968) 1
- 66) M. Brack, J. Damgaard, A.S. Jensen, H.C. Pauli,
V.M. Strutinsky, and C.Y. Wong, Rev. Mod. Phys.
44 (1972) 320
- 67) A. Iwamoto, K. Harada, Phys. Lett 68B (1977) 35
- 68) W. Pauli, Handbuch der Physik, Springer-Verlag, Berlin
(1933), Vol. 24, part 1, p. 120
- 69) K.H. Ziegenhain, Diplomarbeit, Universität Frankfurt 1978
- 70) R.Y. Cusson, J.A. Maruhn, H. Stöcker, Z. Physik
A294 (1980) 257
- 71) M. Faber, M. Ploszajczak, and A. Faessler, Nucl. Phys.
A326 (1979) 129
- 72) M. Diebel, K. Albrecht, and R.W. Hasse, Nucl. Phys.
A355 (1981) 66
- 73) H.H. Deubler, K. Dietrich, Nucl. Phys. A277 (1977) 493
- 74) A. Olmi, U. Lynen, J.B. Natowitz, M. Dakowski, P. Doll,
A. Gobbi, H. Sann, H. Stelzer, R. Bock, and D. Pelte,
Phys. Rev. Lett. 44 (1980) 383

Figurenbeschreibung

Figur 1 : Potentielle Energie $V(Z_1, A_1)$ für verschiedene Target-Projektile Kombinationen am Wechselwirkungsradius R für feste Massenzahlen A_1, A_2 aber verschiedene Ladungszahlen Z_1, Z_2 . Die dem Liquid-Drop entsprechenden Kurven wurden nach Gleichung (5) und (6) berechnet, die anderen unter Verwendung der Seeger'schen Bindungsenergiewerte ³⁷⁾. Sie sind jeweils normiert auf die Energie des Compoundkerns. Die experimentellen Kurven können sehr gut durch harmonische Oszillatoren beschrieben werden. Die Werte der Oszillatorkonstanten k_Z sind in Tabelle 1 enthalten. Die theoretischen Kurven liegen zwischen den gerade-gerade bzw. ungerade-ungerade Reaktionspartnern entsprechenden Kurven, da in Gleichung (6) die Paarenergie vernachlässigt wurde. Eingezeichnet sind die Ladungszahl Z_p des Projektils und der Gleichgewichtswert $\langle Z_1 \rangle$, der Mittelwert der isobaren Ladungsverteilung für festes A_1 gemäß Gleichung (9).

Figur 2 : Potentielle Energie $V_{LDM}(R_C, \gamma, l=0)$ im Tropfenmodell für verschiedene Compoundkerne $^{40}_{18}\text{Ar}$, $^{252}_{104}\text{Ku}$, $^{329}_{133}\text{X}$, $^{476}_{184}\text{X}$ als Funktion der Massenasymmetrieveriablen am Wechselwirkungsradius $R_C \approx R$ und für zentralen Stoß ($l=0$), jeweils normiert auf den sphärischen Compoundkern.

Figur 3 : Potentielle Energie $V_{LDM}(R_C, \gamma, l)$ für ^{252}Ku als Funktion der Massenasymmetrieveriablen $\gamma \approx \gamma_A$ bzw. der Massenzahl A_1 für verschiedene Drehimpulswerte l am Wechselwirkungsradius $R_C \approx R$ nach Gleichung (5). Die Kurven sind jeweils auf den rotierenden Compoundkern normiert.

Figur 4 : Potentielle Energie $V_{\text{LDM}}(R_c, \gamma, l)$ für ^{252}Ku als Funktion der Massenasymmetrievariablen $\gamma \equiv \gamma_A$ für verschiedene Drehimpulswerte l am Wechselwirkungsradius $R_c \equiv R$ nach Gleichung (5), wobei für das Trägheitsmoment $J_0 \equiv J$ "Sticking" angenommen bzw. $J_0 = \mu R^2$ gesetzt wurde. Die Kurven sind jeweils auf den sphärischen Compoundkern normiert.

Figur 5 : Wie in Figur 4. Die für $J=J$ sticking gemäß Gleichung (5) zu berechnenden Kurven sind hier als "exakt" bezeichnet, während die gestrichelt gezeichneten Kurven die harmonische Oszillatornäherung gemäß Gleichung (15) und (16) beschreiben mit $k_l \equiv k_A$. Die Werte der Oszillatorkonstanten k_A für zentralen Stoß ($l=0$) sind in Tabelle 1 enthalten.

Figur 6a: Z- und A-Spektren der Xe-ähnlichen quasielastischen Reaktionsprodukte für die Reaktion $^{136}\text{Xe} + ^{56}\text{Fe}$.

b: Wirkungsquerschnitte der Xe-ähnlichen Reaktionsprodukte als Funktion von N und Z für verschiedene Anregungsenergien (Energieverluste), angegeben durch die Fläche der Quadrate, normiert auf das jeweils häufigste Nuklid.

c: Potentialenergiefläche für das System $^{136}_{54}\text{Xe} + ^{56}_{26}\text{Fe}$ $^{192}_{80}\text{Hg}$ als Funktion von N und Z der Xe-ähnlichen Fragmente. Eingetragen sind für verschiedene Anregungsenergien in Einheiten von MeV die Schwerpunkte der gemessenen (+) (siehe Figur 6b) und der auf Neutronenabdampfung korrigierten (•) Nuklidverteilungen, entnommen D. Schüll et.al.⁴⁰) und GSI-Nachrichten 6-80.

- Figur 7 : Zeitliche Entwicklung der vollen Halbwertsbreite FWHM und des Mittelwertes $\langle Z_1 \rangle_t$ der isobaren Ladungsverteilung für die Reaktion $^{86}\text{Kr} + ^{92}\text{Mo}$, wie sie durch die zeitabhängige Schrödingergleichung für den Ladungsasymmetriefreiheitsgrad beschrieben wird.
- Figur 8 : Zeitliche Entwicklung der vollen Halbwertsbreite FWHM für verschiedene Anfangsbreiten $a_z(0)$ und des Mittelwertes $\langle Z_1 \rangle_t$ der isobaren Ladungsverteilung für $^{86}\text{Kr} + ^{92}\text{Mo}$ bzw. FWHM und $\langle Z_1 \rangle_t$ als Funktion des totalen kinetischen Energieverlustes TKEL. Die experimentellen Daten sind Berlander et.al. ¹⁵⁾ entnommen. Der mittlere kollektive Massenparameter B_{ZZ} wurde nach der Cranking-Formel berechnet ¹⁶⁾, $B_{ZZ} \approx 10.78 \text{ fm}^2 \text{ mp}$.
- Figur 9 : Wie Figur 8, jedoch für das System $^{86}\text{Kr} + ^{98}\text{Mo}$.
- Figur 10: Wie Figur 8, jedoch wird der mittlere kollektive Massenparameter B_{ZZ} am experimentellen Sättigungswert angepaßt, $B_{ZZ} \approx 2.40 \text{ fm}^2 \text{ mp}$. $\beta=0$ kennzeichnet den zeitlichen Verlauf des Mittelwertes $\langle Z_1 \rangle_t$ gemäß der analytischen Lösung der zeitabhängigen Schrödingergleichung (20), während $\beta=w_0$ die zeitliche Entwicklung $\langle Z_1 \rangle_t$ unter der Annahme einer klassischen kritisch gedämpften harmonischen Schwingung beschreibt. $\gamma \equiv 2\beta = 2 w_0$, wobei γ die Reibungskonstante und w_0 die Kreisfrequenz des ungedämpften harmonischen Oszillators ist.
- Figur 11: Wie der untere Teil von Figur 10, jedoch für das System $^{86}\text{Kr} + ^{98}\text{Mo}$.

- Figur 12: Zeitliche Entwicklung der FWHM bzw. FWHM als Funktion des totalen kinetischen Energieverlustes TKEL für $^{86}\text{Kr} + ^{92}\text{Mo}$. Die Kurven entsprechen verschiedenen Werten der Reibungskonstanten γ des Kostinpotentials, $\gamma = 0, 0.012, 0.06, \gamma_{\text{crit}}, 0.3 \text{ (fm/c)}^{-1}$ von oben nach unten. Die mittlere durchgezogene Kurve beschreibt den klassischen Fall kritischer Dämpfung ($\gamma_{\text{crit}} \approx 0.09$). Die Anfangsbreite $a_Z(0)$ beträgt 0.67 Ladungseinheiten, der kollektive Massenparameter B_{ZZ} ist am experimentellen Sättigungswert angepaßt, $B_{ZZ} \approx 2.40 \text{ fm}^2_{\text{mp}}$. Die experimentellen Daten sind Berlinger et.al. ¹⁵⁾ entnommen worden.
- Figur 13: Wie Figur 12, jedoch mit $B_{ZZ} \approx 5 \text{ fm}^2_{\text{mp}}$ gemäß einem einfachen hydrodynamischen Modell von Hernandez et.al. ⁵⁰⁾. $\gamma_{\text{crit}} \approx 0.07 \text{ (fm/c)}^{-1}$.
- Figur 14: Wie Figur 12, jedoch mit $B_{ZZ} \approx 10.78 \text{ fm}^2_{\text{mp}}$ und $a_Z(0) \approx 0.27$ Ladungseinheiten. B_{ZZ} entspricht dem von Gupta et.al. ¹⁶⁾ berechneten mittleren Wert des kollektiven Massenparameters für die Spaltung von ^{236}U .
- Figur 15: Kollektiver Massenparameter $B_{\gamma\gamma}(L, \gamma)$ als Funktion der Massenasymmetrievervariablen γ für das System $^{252}_{104}\text{Ku}$ und einer Kernlänge $L=24 \text{ fm}$ in Einheiten von $10^4 \text{ fm}^2_{\text{mp}}$. Die "exakten" Werte (x) und ihre starken Schwankungen werden durch Tschebyscheff-Polynome vom Grade n entsprechend einer Approximation nach der Methode der kleinsten Quadrate (Least-Squares Fit) geglättet (siehe Anhang).
- Figur 16: Fusionsfläche für $^{252}_{104}\text{Ku}$ als Funktion der Massenasymmetrievervariablen γ und der Kernlänge L für kugelförmige Fragmente ($\epsilon = \beta_1 = \beta_2 = 1$). Die $\gamma=0$ entsprechenden Kernformen sind für verschiedene Abstände R eingezeichnet ²⁶⁾.

Figur 17: Theoretische Elementverteilung $(-)$ $d6/dZ_1$ in $[mb/Zu]$ für $^{132}\text{Xe} + ^{120}\text{Sn}$ bei $E_{\text{Lab}} = 5.9 \text{ MeV/A}$ mit $f=0, \gamma=0$, $C_R = 400 \text{ MeV}/(c \text{ fm}^4)$, $b_{\text{crit}}=0$ und $b_{\text{max}}=b_{\text{gr}}$ gemäß Gleichung (56). Die experimentellen Daten (o) sind Sann et.al. ³⁰⁾ entnommen. $f=0$ bedeutet volle Erhaltung der Schalenstruktur; keine Energie aus der Relativbewegung wird in thermische Energie dissipiert.

Figur 18: Wie Figur 17, jedoch $f=1$, d.h. die Schalenstruktur wird von Anfang an voll gedämpft; der Energieverlust aus der Relativbewegung geht sofort in thermische Energie des Systems.

Figur 19: Totaler kinetischer Energieverlust TKEL der Reaktionsprodukte im Ausgangskanal in MeV und Reaktionszeit t in Einheiten von 10^{-23}s als Funktion des Eingangsbahndrehimpulses l in Einheiten von $\hbar$ für die Reaktion $^{132}\text{Xe} + ^{120}\text{Sn}$ bei $E_{\text{Lab}} = 5.9 \text{ MeV/A}$ für verschiedene Werte der radialen Reibungskonstanten C_R , $C_R = 400$ (---) und $C_R = 200 \text{ MeV}/(c \text{ fm}^4)$ (—).

Figur 20: Wie Figur 17, jedoch $C_R = 200 \text{ MeV}/(c \text{ fm}^4)$ und $b_{\text{crit}} = b(l_{\text{crit}} = 80)$. Dies entspricht längeren Wechselwirkungszeiten in Übereinstimmung mit anderen Modellen ^{43,70)} sowie einer vernünftigen theoretischen Beschreibung des experimentellen Wilczynski-Plots ⁶²⁾.

Figur 21: Wie Figur 20, jedoch mit $f=1$.

Figur 22: Wie Figur 20, jedoch wurde nur das Tropfenmodellpotential $V_{\text{LDM}}(R, \gamma)$ verwendet.

Figur 23: Potentielle Energie $V_1(R_c, \gamma, T=0)$ (—) in MeV für ^{252}Ku als Funktion der Massenasymmetrie γ bzw. der Massenzahl A_1 für Temperatur $T=0$ und zentralen Stoß $l=0$ für sich berührende Kerne, $R_c \approx 13.89 \text{ fm}$. Die Kurven sind jeweils auf den sphärischen Compoundkern des Tropfenmodells normiert. Die Minima, die von

Protonen und Neutronen Schalenabschlüssen herriühren, sind durch Pfeile gekennzeichnet. Die Liquid-Drop Energie $V_{\text{LDM}}(R_c, \gamma)$ zeigt einen glatten Verlauf (---).

Figur 24: Wie Figur 23, aber unter Hinzunahme der Rotationsenergie bei nicht zentralen Stößen ($l=100, 200, 300, 400$)

$$V_\ell(R_c, \gamma, T=0) = V(R_c, \gamma, T=0) + \ell(\ell+1) \hbar^2 / 2J ,$$

wobei für das Trägheitsmoment J Sticking angenommen worden ist, wieder normiert auf den sphärischen Compoundkern des Tropfenmodells.

Figur 25: Wie Figur 20, jedoch mit Reibung im Massenasymmetriefreiheitsgrad, $\gamma = 0.1 \text{ (fm/c)}^{-1}$.

Figur 26: Theoretischer doppelt differentieller Wirkungsquerschnitt $d^2\sigma/d\langle \text{TKEL} \rangle dZ_1$ in $[\text{mb/MeVZu}]$ für verschiedene Werte des mittleren totalen kinetischen Energieverlusts $\langle \text{TKEL} \rangle$ für die Reaktion $^{132}\text{Xe} + ^{120}\text{Sn}$ bei $E_{\text{Lab}} = 5.9 \text{ MeV/A}$ verglichen zum Experiment. Die theoretischen Werte sind nach Gleichung (57) mit denselben Parameterwerten wie in Figur 25 berechnet worden ($C_R=200, \gamma=0.1$) und auf der linken Seite dargestellt. Die experimentellen Daten von Sann et.al.³⁰⁾ finden wir auf der rechten Seite.

Figur 27: Detaillierter Vergleich der theoretischen Kurven von Figur 26 mit den experimentellen Daten.

Figur 28: Theoretische Elementverteilung $(-) d\sigma/dZ_1$ in $[\text{mb/Zu}]$ für $^{86}\text{Kr} + ^{166}\text{Er}$ bei $E_{\text{Lab}} = 6 \text{ MeV/A}$ mit $f=0, \gamma=0, C_R=400 \text{ MeV/(c fm}^4\text{)}, b_{\text{crit}}=0$ und $b_{\text{max}}=b(l=200)$ gemäß Gleichung (56). Die experimentellen Daten (o) sind Gobbi et.al.¹³⁾ entnommen. $f=0$ bedeutet volle Erhaltung der Schalenstruktur; keine Energie aus der Relativbewegung wird in thermische Energie dissipiert.

Figur 29: Wie Figur 28, jedoch für $E_{\text{Lab}} = 8.2 \text{ MeV/A}$ mit $b_{\text{max}} = b(1=320)$ und $C_R = 500 \text{ MeV}/(c \text{ fm}^4)$

Figur 30: Wie Figur 28, jedoch für $E_{\text{Lab}} = 12.1 \text{ MeV/A}$ mit $b_{\text{max}} = b(1gr)$ und $C_R = 500 \text{ MeV}/(c \text{ fm}^4)$. Die experimentellen Daten (o) sind Olmi et.al.⁷⁴) entnommen und für $Z_1=36$ auf den theoretischen Wert normiert worden.

Figur 31: Wie Figur 23, jedoch sind zusätzlich die Energiezustände E_n der entsprechenden harmonischen Oszillatoren eingezeichnet, $E_n = \hbar \omega(n+1/2)$.

	γ_A	γ_Z	γ_N	$R [fm]$	$f(A_1)$	$\langle Z_1 \rangle$	$Z_p - \langle Z_1 \rangle$	$k_z [MeV]$	$k_A [MeV]$
${}^{40}_{20}Ca + {}^{238}_{92}U \rightarrow {}^{278}_{112}X$	0.712	0.643	0.759	13.54	1.077	17.350	2.650	6.424	0.0068
${}^{48}_{20}Ca + {}^{238}_{92}U \rightarrow {}^{286}_{112}X$	0.664	0.643	0.678	13.80	1.070	20.110	-0.110	5.553	0.0063
${}^{56}_{26}Fe + {}^{56}_{26}Fe \rightarrow {}^{112}_{52}Te$	0	0	0	11.18	1	26	0	7.810	0.0003
${}^{56}_{26}Fe + {}^{165}_{67}Ho \rightarrow {}^{221}_{93}Np$	0.493	0.441	0.531	13.17	1.039	24.486	1.514	5.327	0.0078
${}^{56}_{26}Fe + {}^{208}_{82}Pb \rightarrow {}^{264}_{108}X$	0.576	0.519	0.615	13.70	1.054	24.142	1.858	5.060	0.0079
${}^{56}_{26}Fe + {}^{209}_{83}Bi \rightarrow {}^{265}_{109}X$	0.577	0.523	0.615	13.71	1.054	24.281	1.719	5.055	0.0081
${}^{56}_{26}Fe + {}^{238}_{92}U \rightarrow {}^{294}_{118}X$	0.619	0.559	0.659	14.03	1.064	23.907	2.093	4.930	0.0077
${}^{74}_{32}Ge + {}^{208}_{82}Pb \rightarrow {}^{282}_{114}X$	0.475	0.439	0.500	14.15	1.042	31.185	0.815	4.147	0.0084
${}^{86}_{36}Kr + {}^{92}_{42}Mo \rightarrow {}^{178}_{78}Pt$	0.034	0.077	0	12.71	1.002	37.745	-1.745	5.037	0.0080
${}^{86}_{36}Kr + {}^{98}_{42}Mo \rightarrow {}^{184}_{78}Pt$	0.065	0.077	0.057	12.83	1.003	36.574	-0.574	4.896	0.0067
${}^{86}_{36}Kr + {}^{166}_{68}Er \rightarrow {}^{252}_{104}Ku$	0.317	0.308	0.324	13.89	1.023	36.322	-0.322	4.009	0.0088
${}^{86}_{36}Kr + {}^{197}_{79}Au \rightarrow {}^{283}_{115}X$	0.392	0.374	0.405	14.28	1.033	36.093	-0.093	3.806	0.0089
${}^{132}_{54}Xe + {}^{120}_{50}Sn \rightarrow {}^{252}_{104}Ku$	0.048	0.038	0.054	14.03	0.997	54.340	-0.340	3.642	0.0092
${}^{132}_{54}Xe + {}^{197}_{79}Au \rightarrow {}^{329}_{133}X$	0.198	0.188	0.204	15.09	1.015	54.171	-0.171	2.946	0.0099
${}^{136}_{54}Xe + {}^{56}_{26}Fe \rightarrow {}^{192}_{80}Hg$	0.417	0.350	0.464	12.76	0.988	55.998	-1.998	5.601	0.0058
${}^{184}_{74}W + {}^{232}_{80}Th \rightarrow {}^{416}_{164}X$	0.115	0.098	0.127	16.20	1.009	73.214	0.786	2.322	0.0099
${}^{208}_{82}Pb + {}^{50}_{22}Ti \rightarrow {}^{258}_{104}Ku$	0.612	0.577	0.636	13.53	1.058	21.328	0.672	5.509	0.0069
${}^{208}_{82}Pb + {}^{208}_{82}Pb \rightarrow {}^{416}_{164}X$	0	0	0	16.22	1	82	0	2.295	0.0100
${}^{238}_{92}U + {}^{238}_{92}U \rightarrow {}^{476}_{184}X$	0	0	0	16.87	1	92	0	2.032	0.0096
${}^{238}_{92}U + {}^{248}_{96}Cm \rightarrow {}^{486}_{188}X$	0.021	0.021	0.020	16.98	1.002	92.217	-0.217	1.995	0.0097

Tabelle 1

$^{86}_{36}\text{Kr} + ^{92}_{42}\text{Mo}$							
k_z	B_{zz}	ω	$\hbar\omega$	$x_0 = z_p - \langle z_i \rangle$	$\frac{1}{2}k_z x_0^2$	$T = \frac{2\pi}{\omega}$	$\tau = \frac{1}{\omega}$
5.037	10.78	6.69	4.61	-1.745	7.67	0.94	0.15
MeV	$\text{fm}^2 \text{mp}$	10^{21}s^{-1}	MeV	Zu	MeV	10^{-21}s	10^{-21}s
$a_z(t=0)$ Zu		0.80	0.67	0.53	0.40	0.27	0.13
β	1	0.88	0.73	0.58	0.44	0.30	0.15
$\langle \Delta E^2 \rangle$ MeV		1.51	2.15	3.43	6.02	13.22	57.03

Tabelle 2

$^{86}_{36}\text{Kr} + ^{92}_{42}\text{Mo}$							
k_z	B_{zz}	ω	$\hbar\omega$	$x_0 = z_p - \langle z_i \rangle$	$\frac{1}{2}k_z x_0^2$	$T = \frac{2\pi}{\omega}$	$\tau = \frac{1}{\omega}$
5.037	2.40	14.18	9.33	-1.745	7.67	0.44	0.07
MeV	$\text{fm}^2 \text{mp}$	10^{21}s^{-1}	MeV	Zu	MeV	10^{-21}s	10^{-21}s
$a_z(t=0)$ Zu	1.36	0.93	0.80	0.67	0.53	0.40	0.27
β	1	0.68	0.59	0.49	0.39	0.29	0.20
$\langle \Delta E^2 \rangle$ MeV	2.34	5.00	6.76	9.64	15.41	27.05	59.38

Tabelle 3

$^{132}_{54}\text{Xe} + ^{120}_{50}\text{Sn} \rightarrow ^{252}_{104}\text{Ku}$										
R_c	V_{CB}	E_{lab}/A	E_{cm}	$E_{cm}-V_{CB}$	χ	b_{gr}	l_{gr}	θ_{gr}^{cm}	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{gr}$	σ_R
14.03	277.14	5.9	370.86	93.71	0.06	7.05	236.88	73.25	1.32	156.9

$^{86}_{36}\text{Kr} + ^{166}_{68}\text{Er} \rightarrow ^{252}_{104}\text{Ku}$										
R_c	V_{CB}	E_{lab}/A	E_{cm}	$E_{cm}-V_{CB}$	χ	b_{gr}	l_{gr}	θ_{gr}^{cm}	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{gr}$	σ_R
13.89	253.75	6	339.90	86.15	0.06	6.99	213.51	73.11	1.45	154.31
		8.2	464.54	210.79	0.04	9.36	333.97	44.14	1.65	276.29
		12.1	685.47	431.72	0.03	11.02	477.95	26.26	1.60	383.50

$^{48}_{20}\text{Ca} + ^{238}_{92}\text{U} \rightarrow ^{286}_{112}\text{X}$										
R_c	V_{CB}	E_{lab}/A	E_{cm}	$E_{cm}-V_{CB}$	χ	b_{gr}	l_{gr}	θ_{gr}^{cm}	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{gr}$	σ_R
14.16	187.16	4.9	195.73	8.57	0.24	2.96	57.64	132.72	0.96	27.70
		5.7	227.68	40.52	0.11	5.97	125.33	88.49	1.80	112.58
fm	MeV	MeV/A	MeV	MeV	fm	fm	[h]	[°]	fm ²	fm ²

Tabelle 4

$^{132}_{54}\text{Xe} + ^{120}_{50}\text{Sn}$ 

k_A	B_{AA}	ω	$\hbar\omega$	$Y_0 = A_p - \langle A_n \rangle$	$\frac{1}{2} k_A Y_0^2$	$T = \frac{2\pi}{\omega}$	$\tau = \frac{1}{\omega}$
0.0395	1.03	1.92	1.26	6	0.71	3.28	0.52
MeV	fm^2	10^{21}s^{-1}	MeV	Au	MeV	10^{-21}s	10^{-21}s
$a_A(t=0)$ Au	5.65	4	2	1	0.5	0.25	0.125
β	1	0.71	0.35	0.18	0.09	0.04	0.02
$\langle \Delta E^2 \rangle$ MeV	0.32	0.63	2.51	10.06	40.23	160.91	643.56

Tabelle 5

$^{132}_{54}\text{Xe} + ^{120}_{50}\text{Sn}$ 

k_A	B_{AA}	ω	$\hbar\omega$	$Y_0 = A_p - \langle A_n \rangle$	$\frac{1}{2} k_A Y_0^2$	$T = \frac{2\pi}{\omega}$	$\tau = \frac{1}{\omega}$
0.0092	1.03	0.92	0.61	6	0.17	6.80	1.08
MeV	fm^2	10^{21}s^{-1}	MeV	Au	MeV	10^{-21}s	10^{-21}s
$a_A(t=0)$ Au	8.13	6	4	2	1	0.5	0.25
β	1	0.74	0.49	0.25	0.12	0.06	0.03
$\langle \Delta E^2 \rangle$ MeV	0.15	0.28	0.63	2.51	10.06	40.23	160.91

Tabelle 6

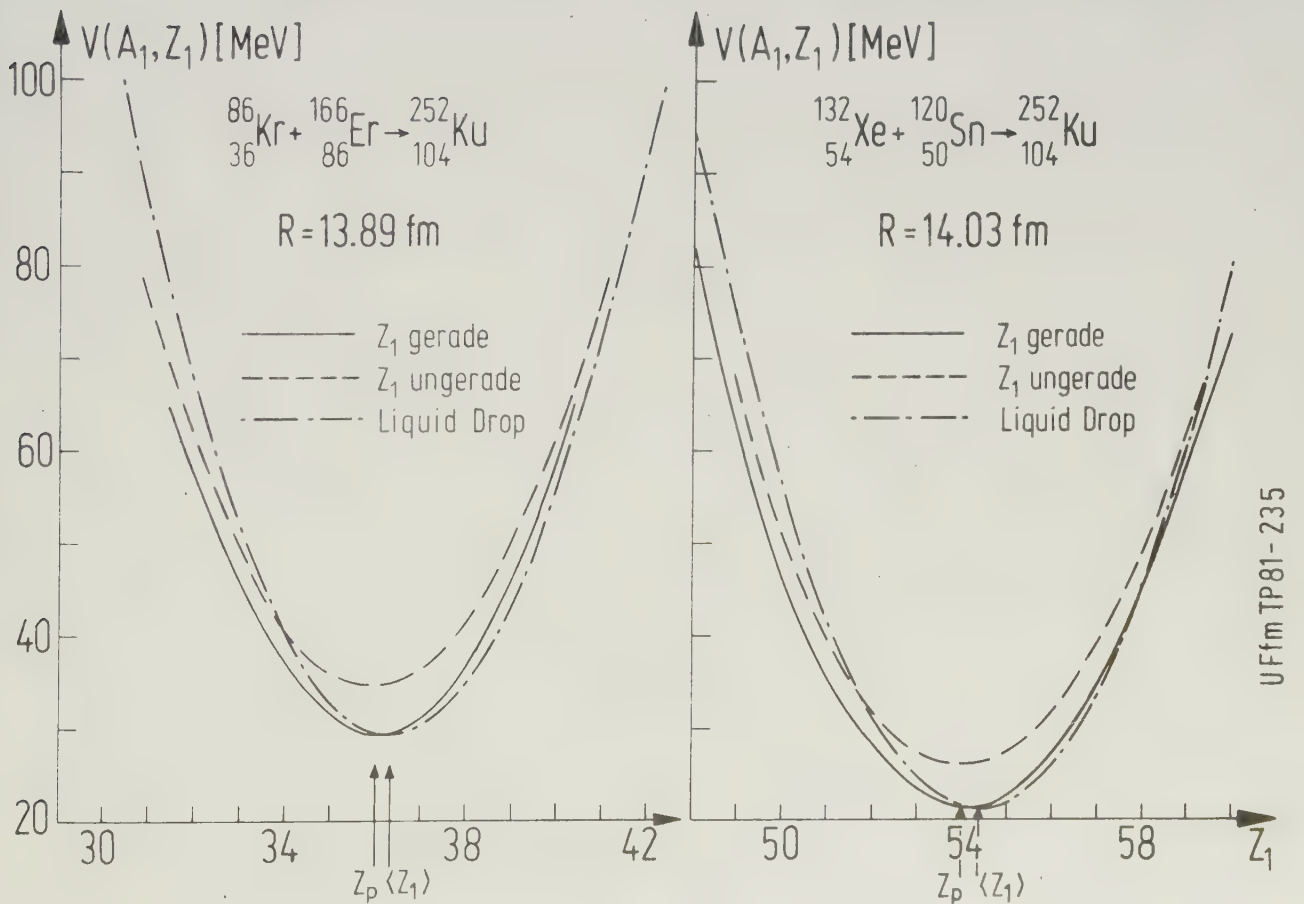
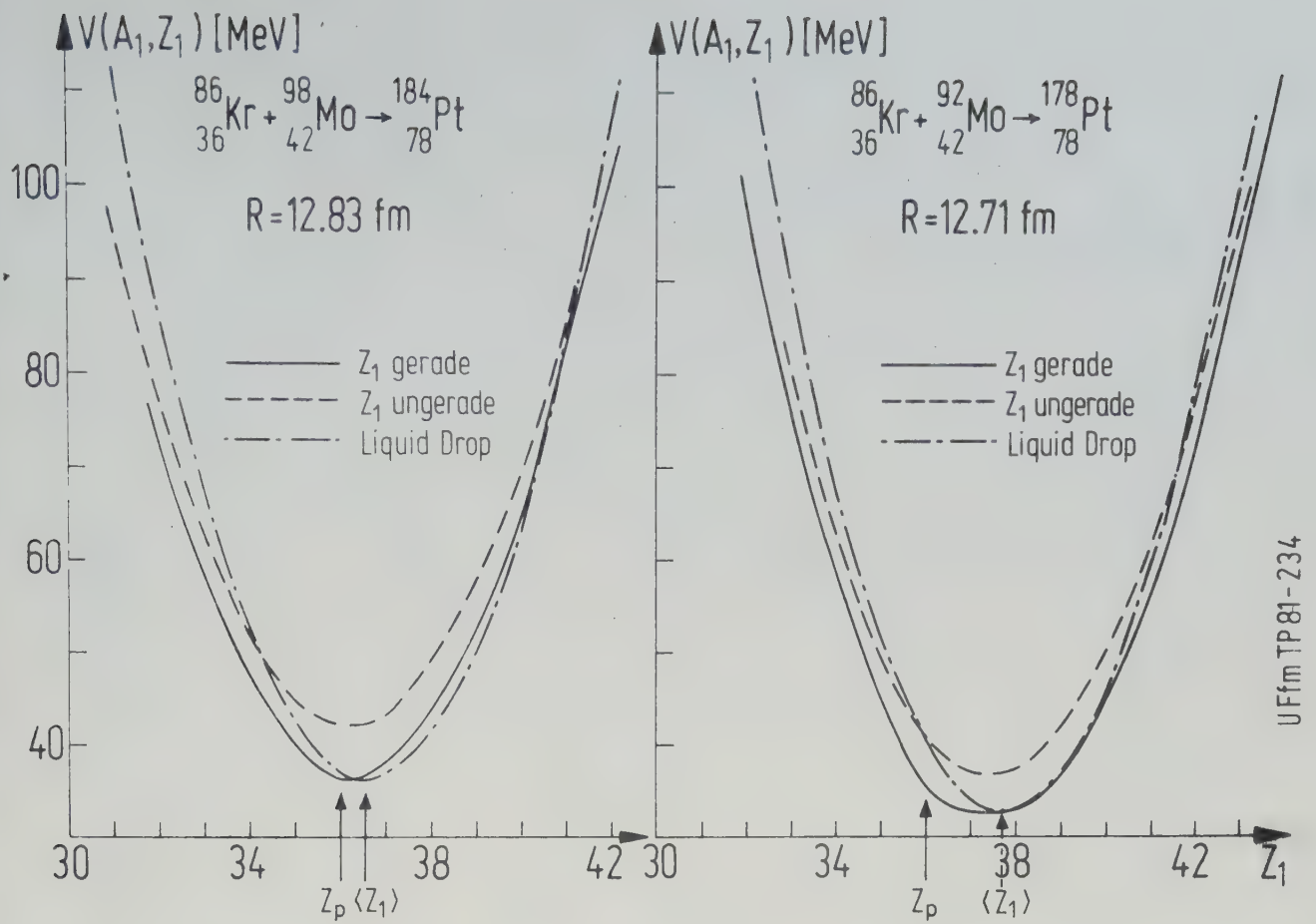


Fig.1

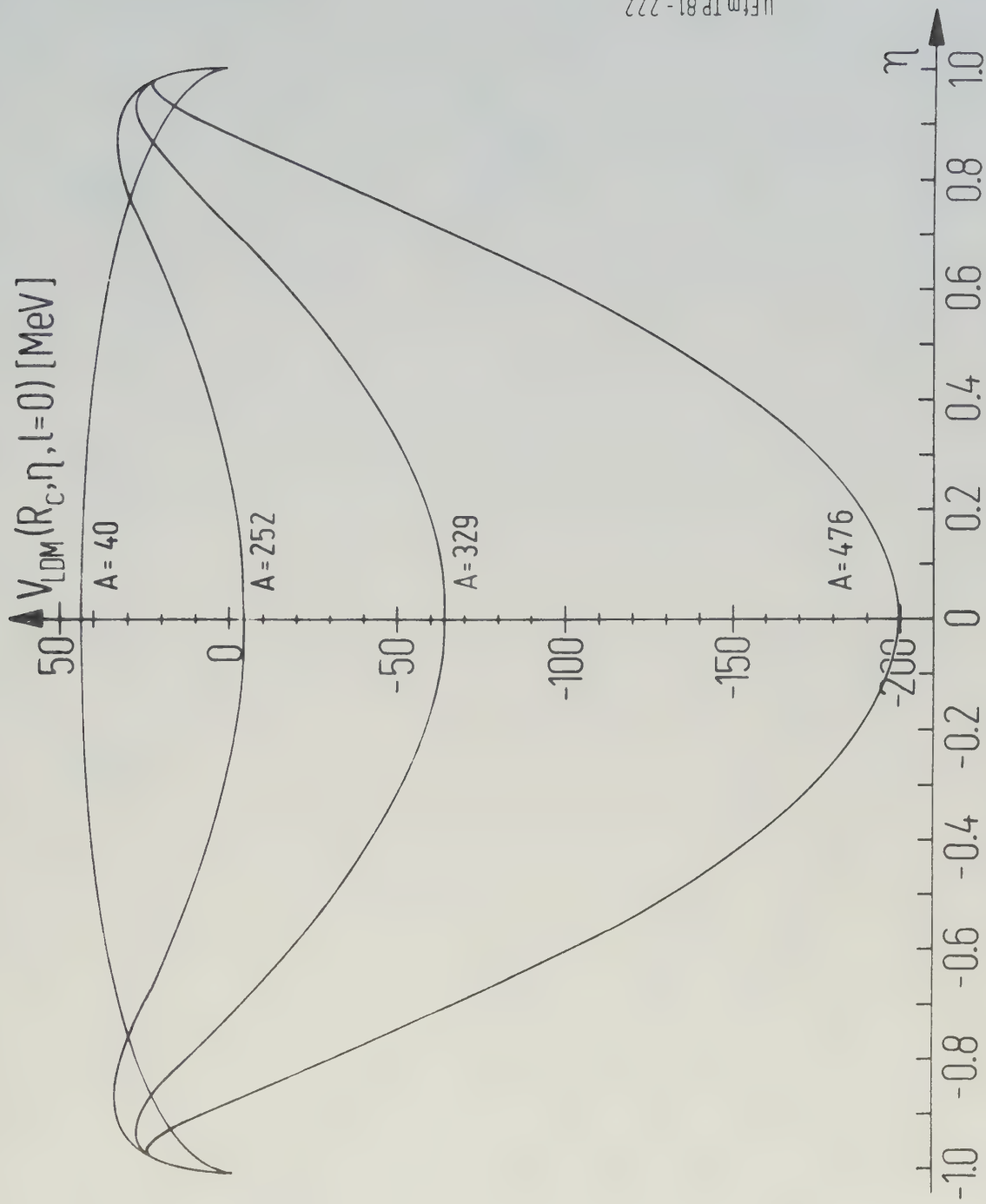
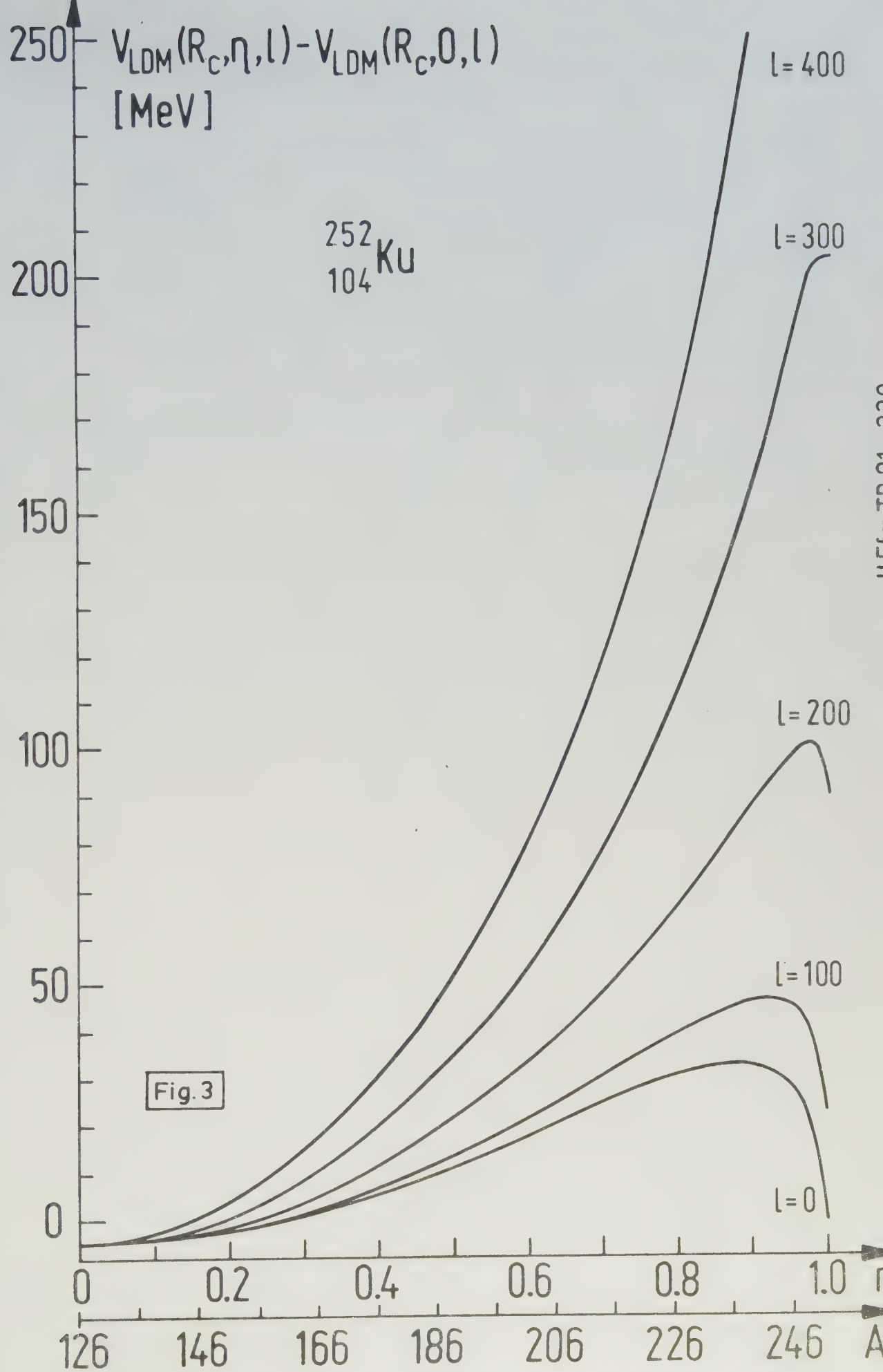


Fig.2



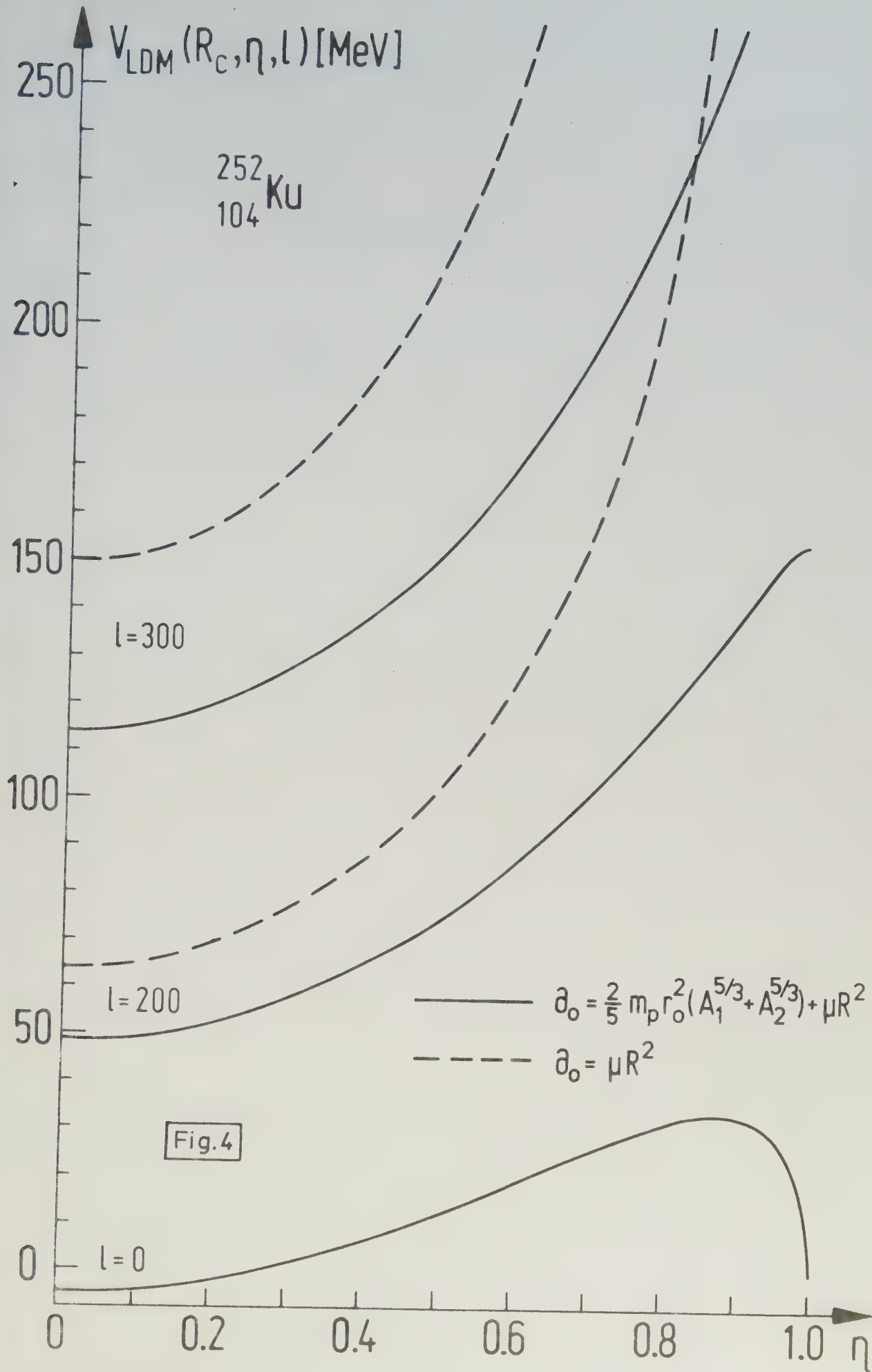
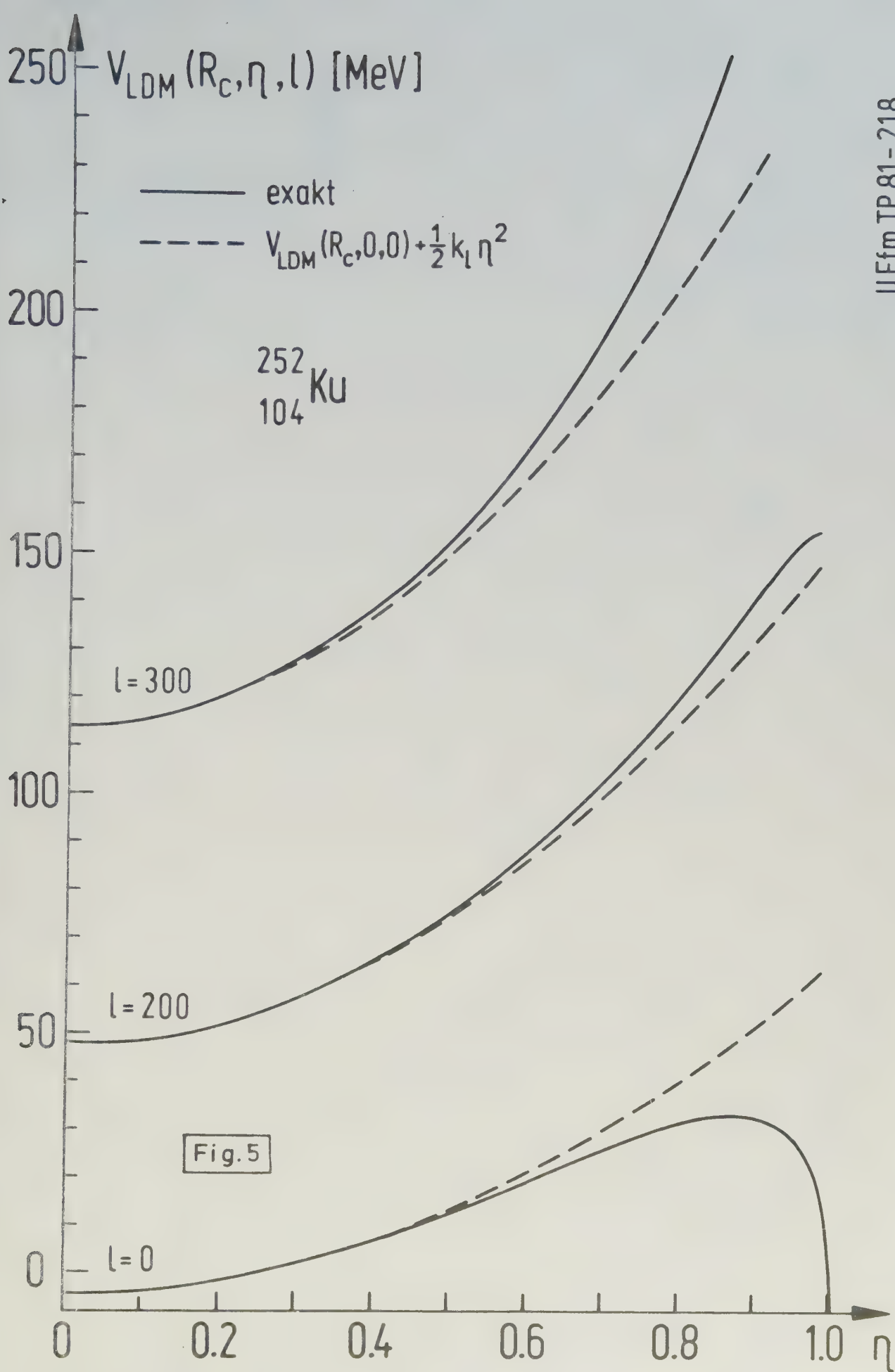


Fig.4



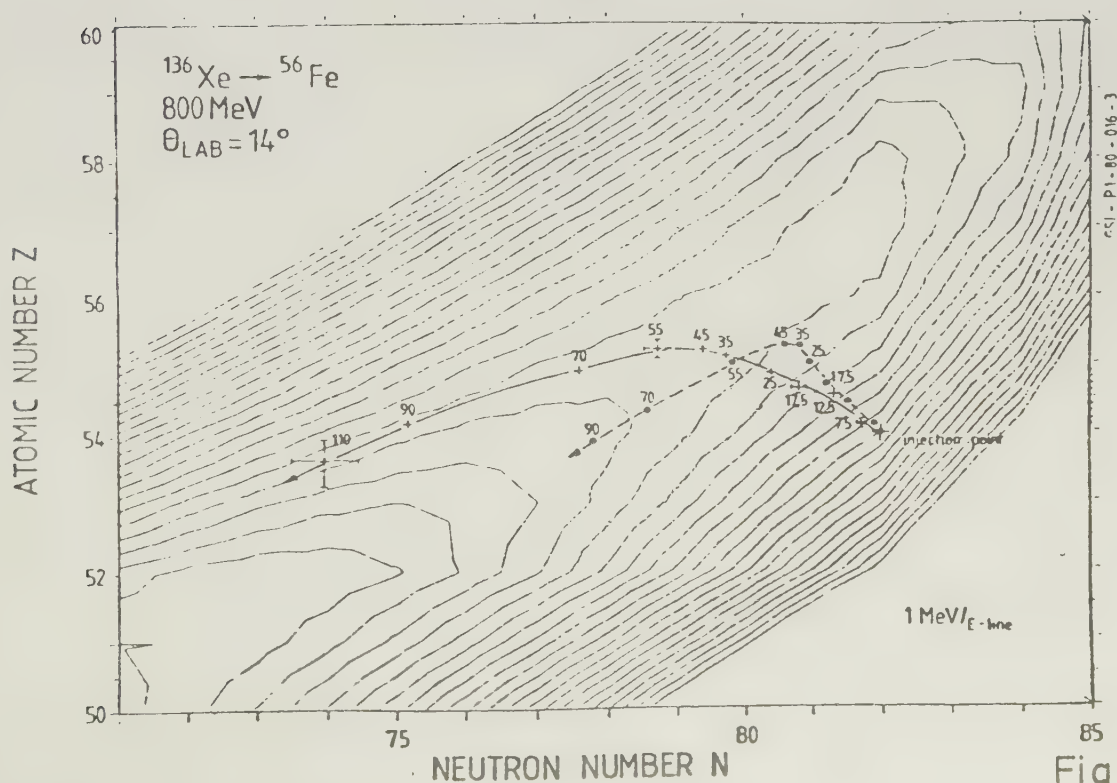
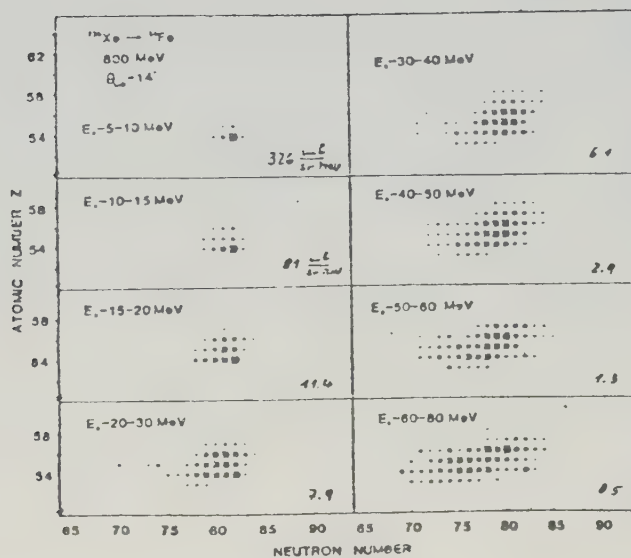
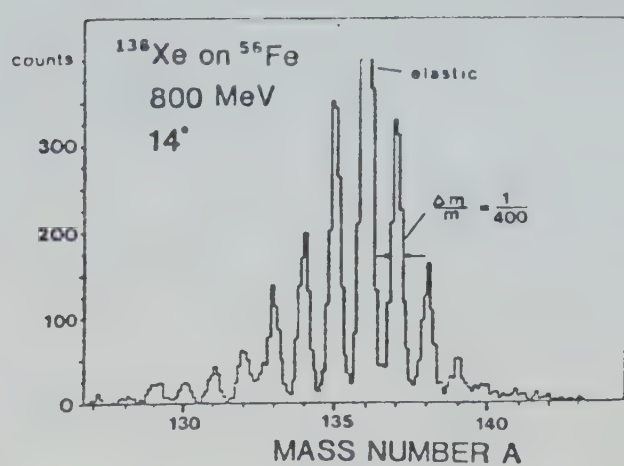
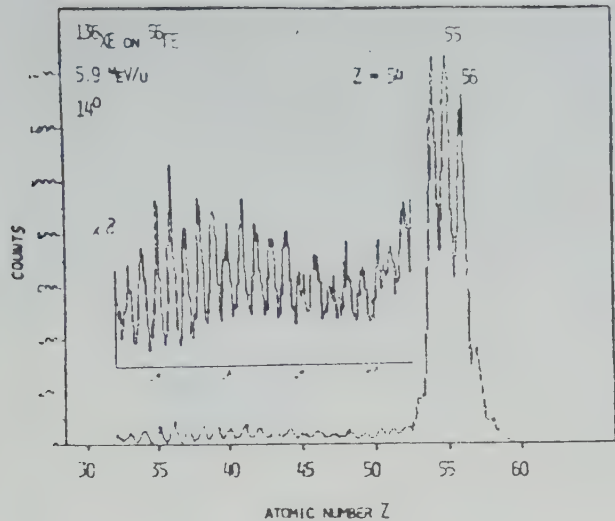


Fig.6

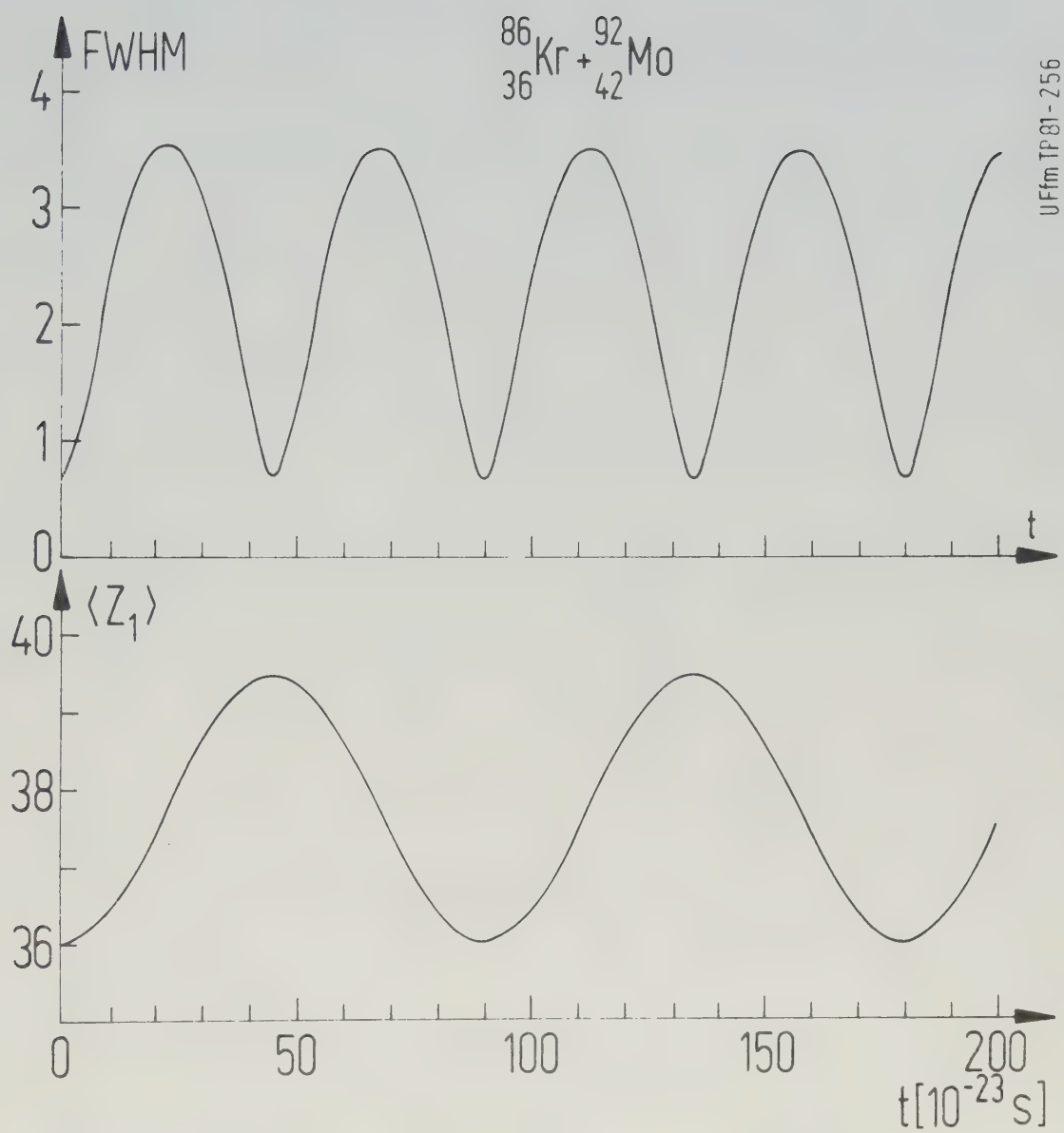


Fig.7

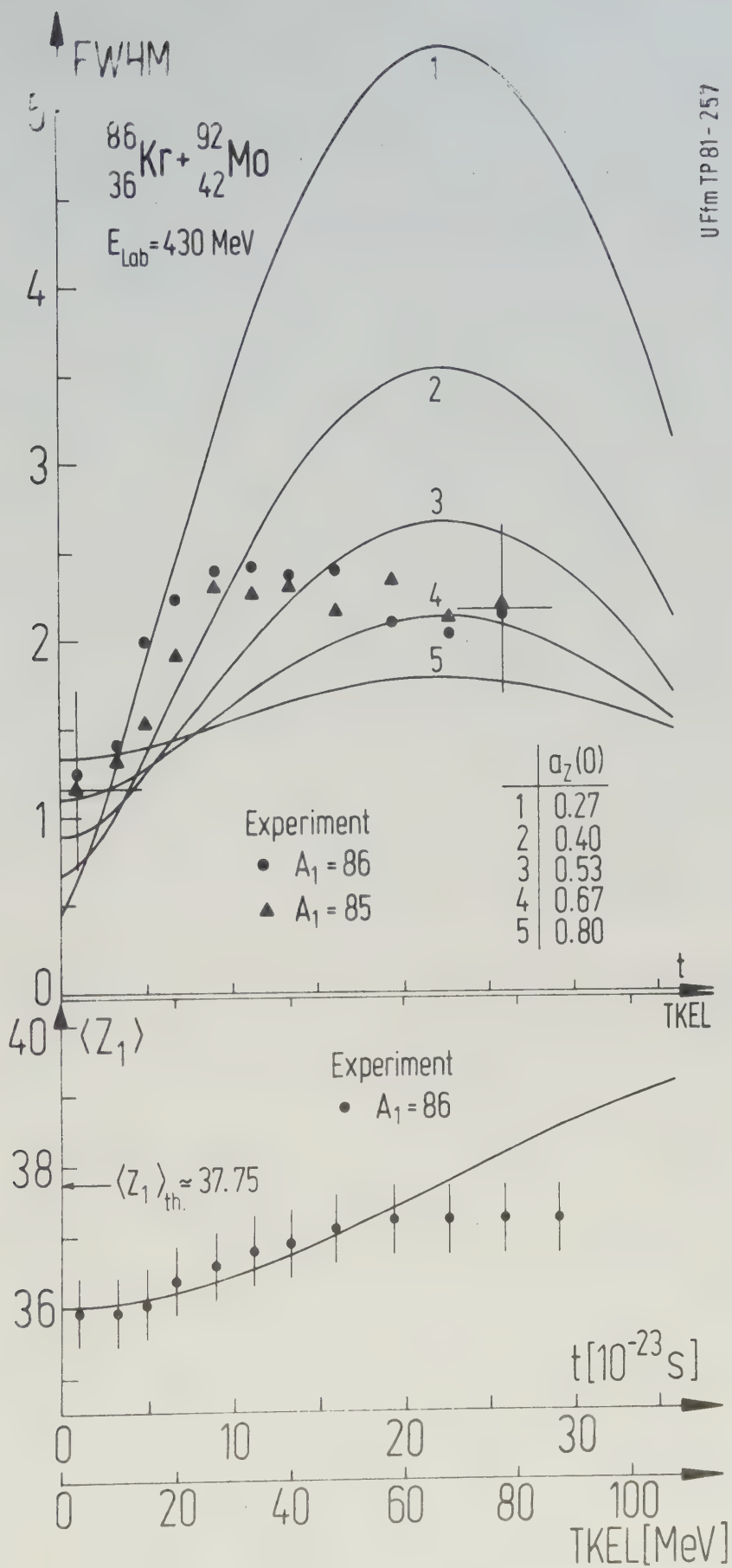


Fig.8

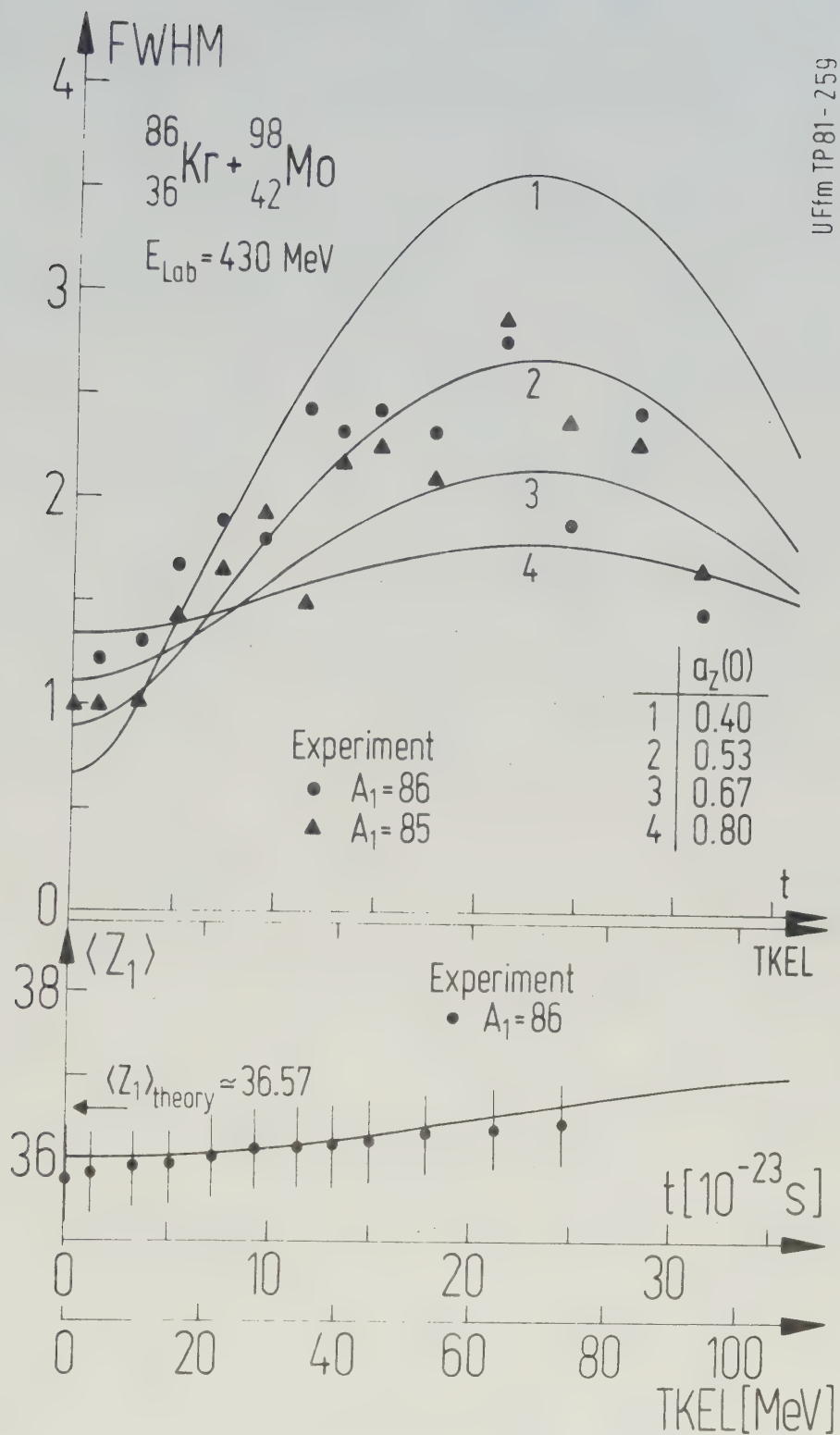


Fig. 9

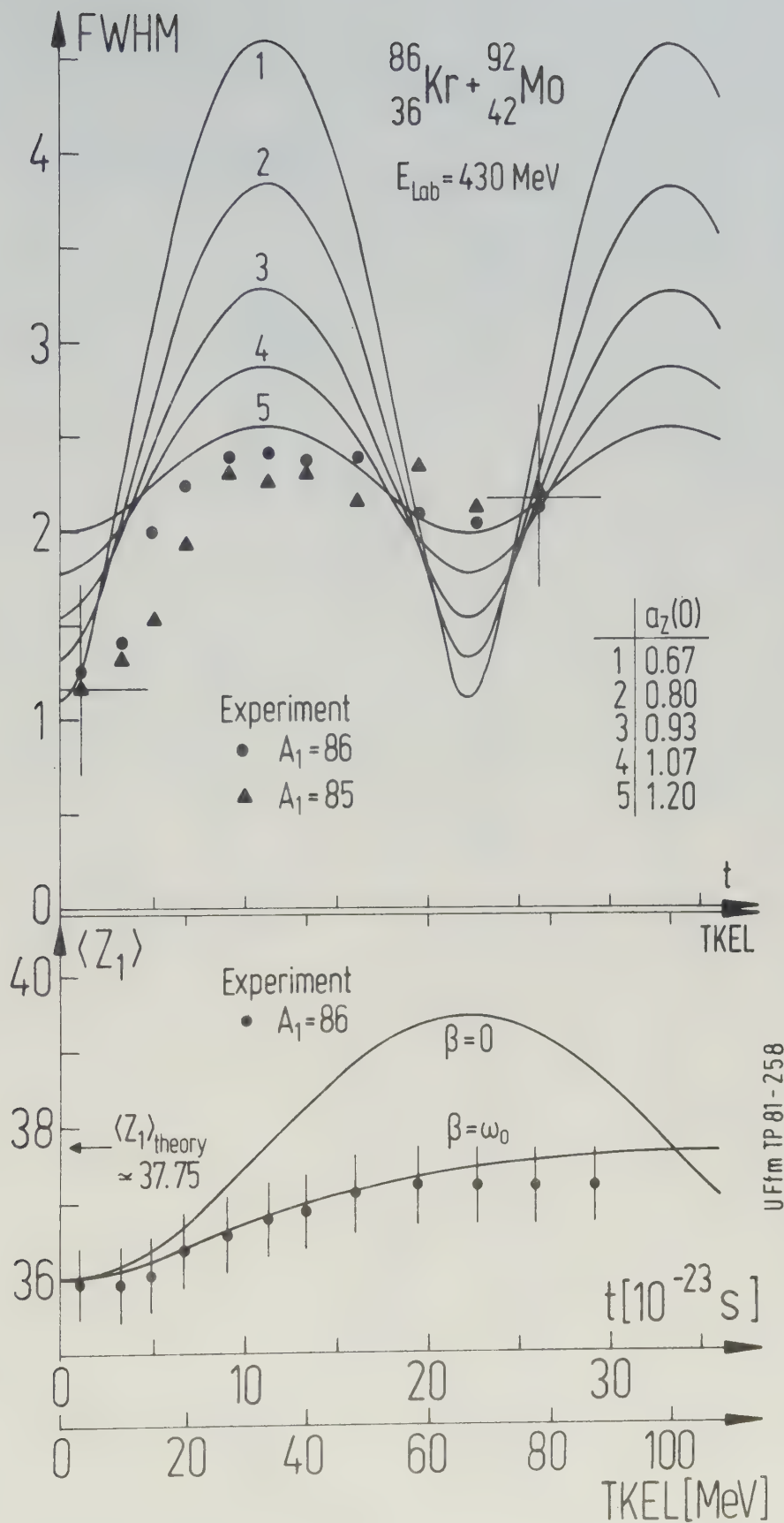
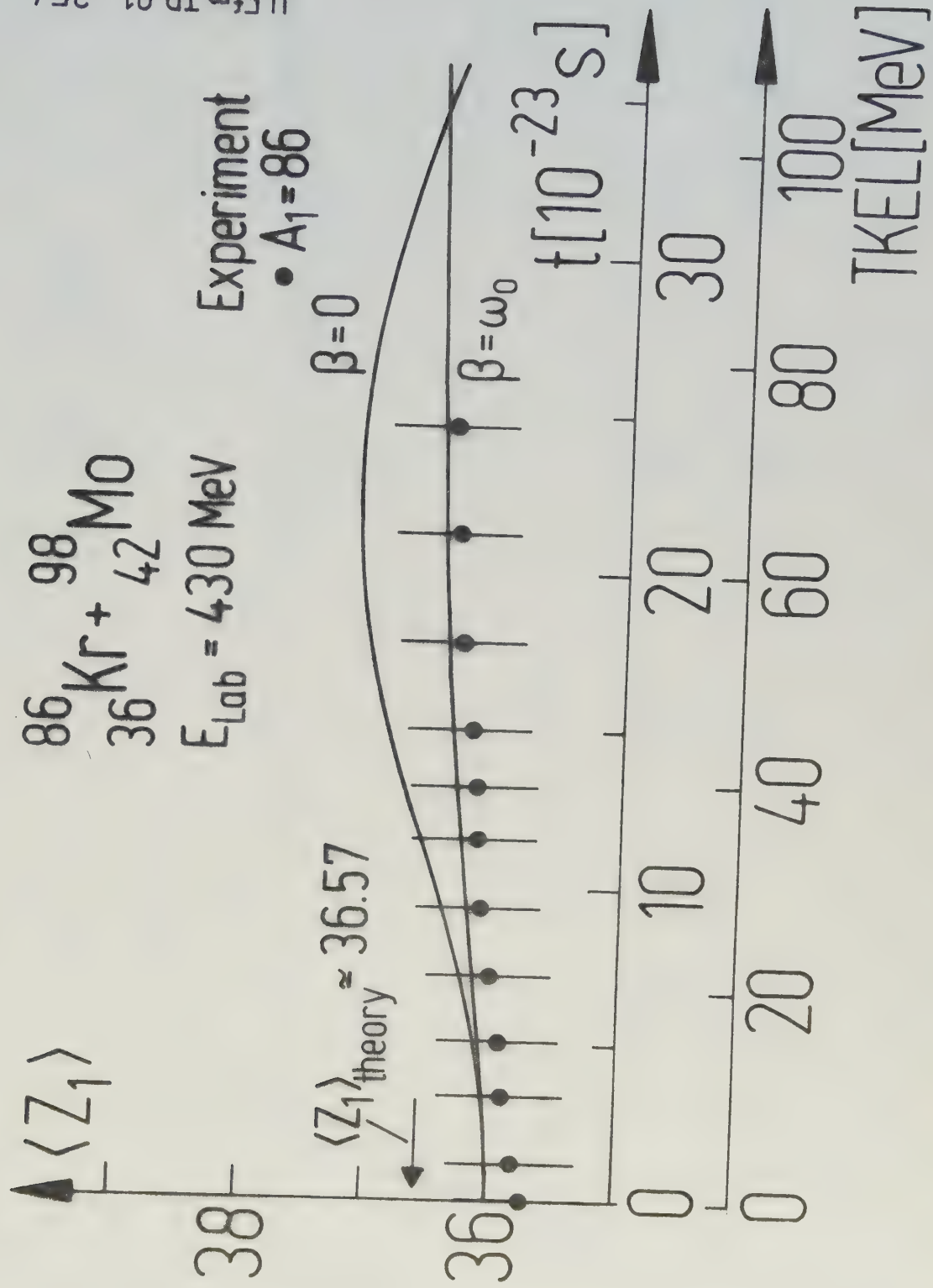
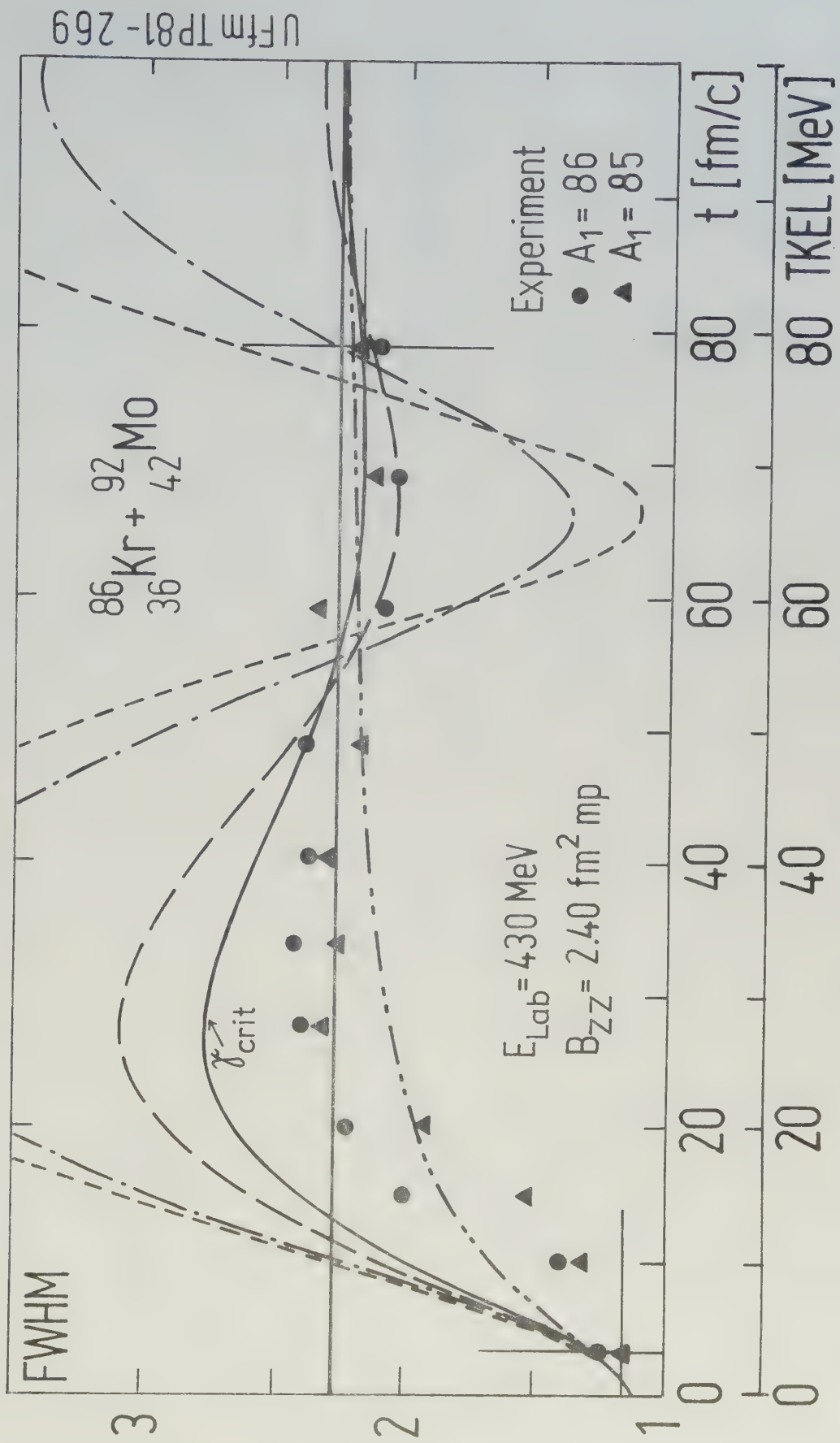


Fig.10



U Ffm TP 81 - 254



U Ffm TP81-269

Fig.12

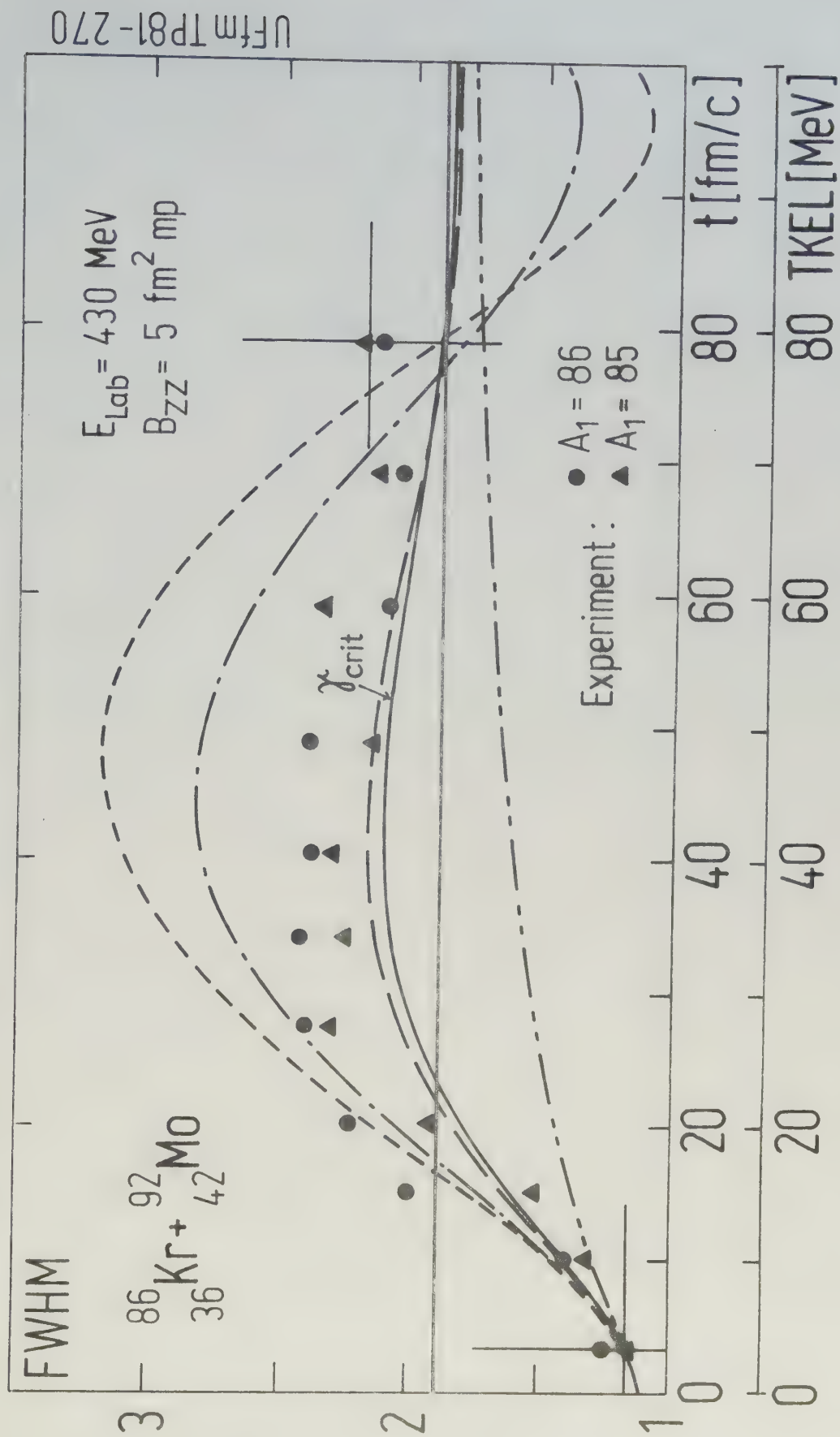


Fig.13

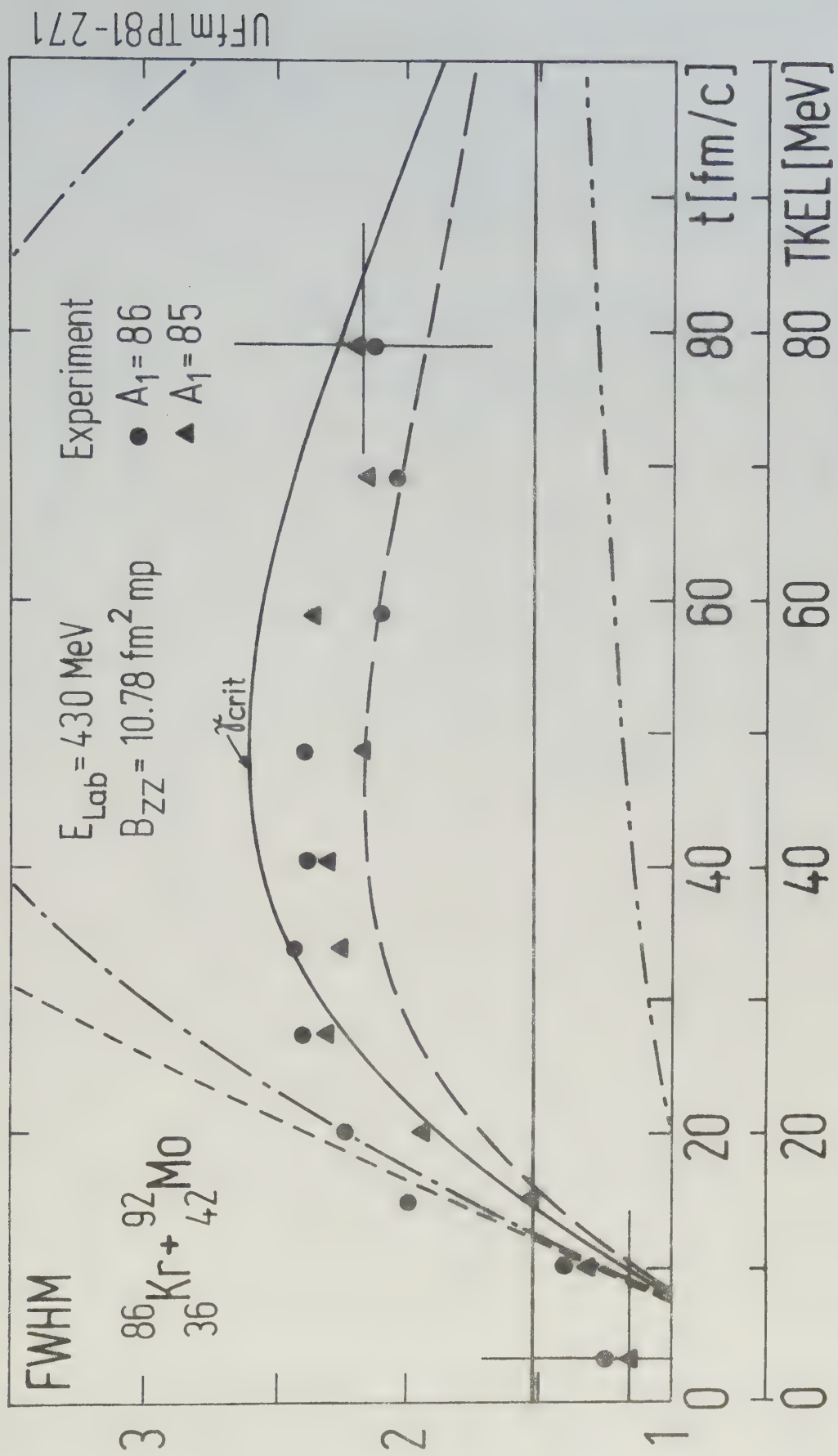
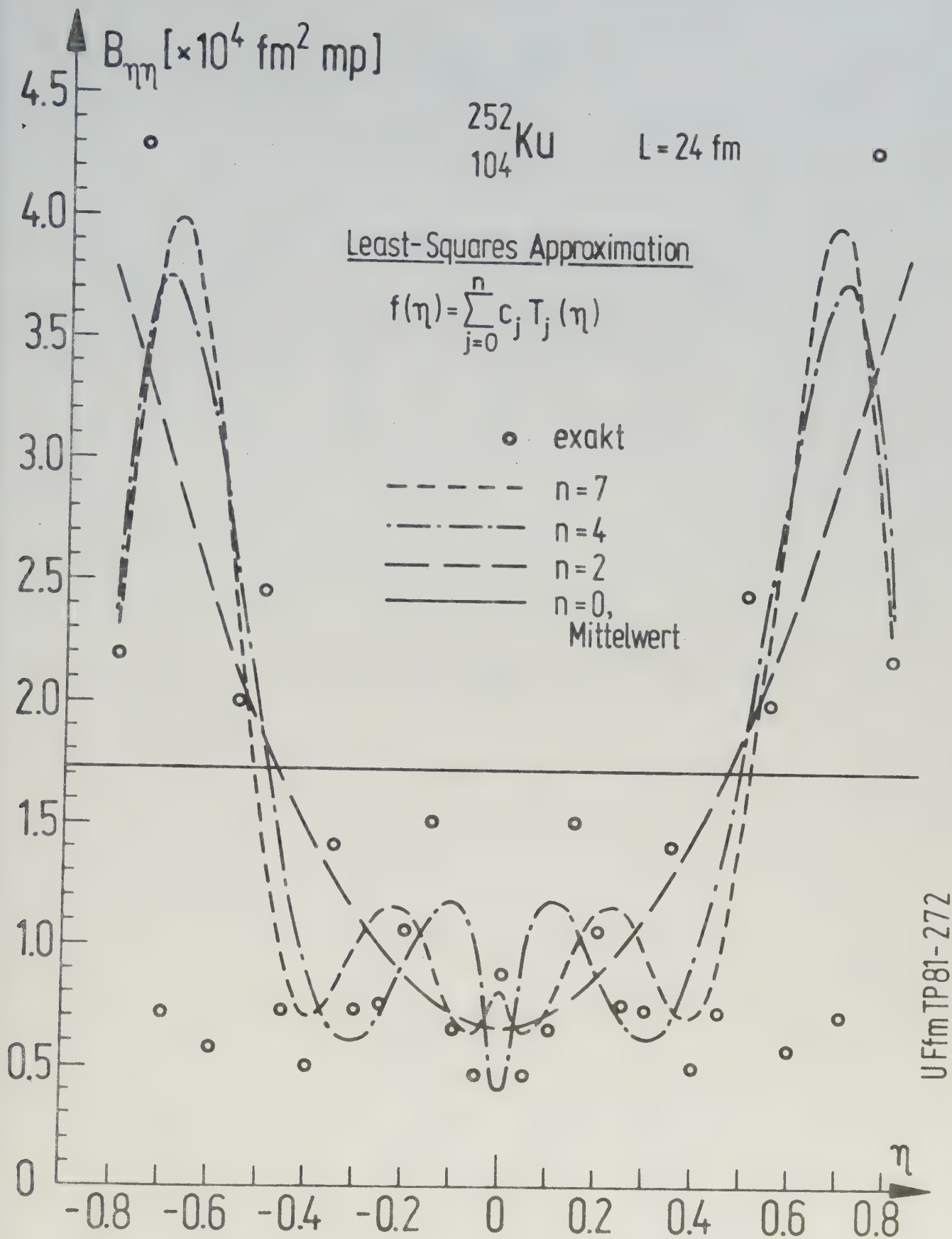


Fig.14



UFFm TP81-272

Fig.15

^{252}Ku - Fusion PES

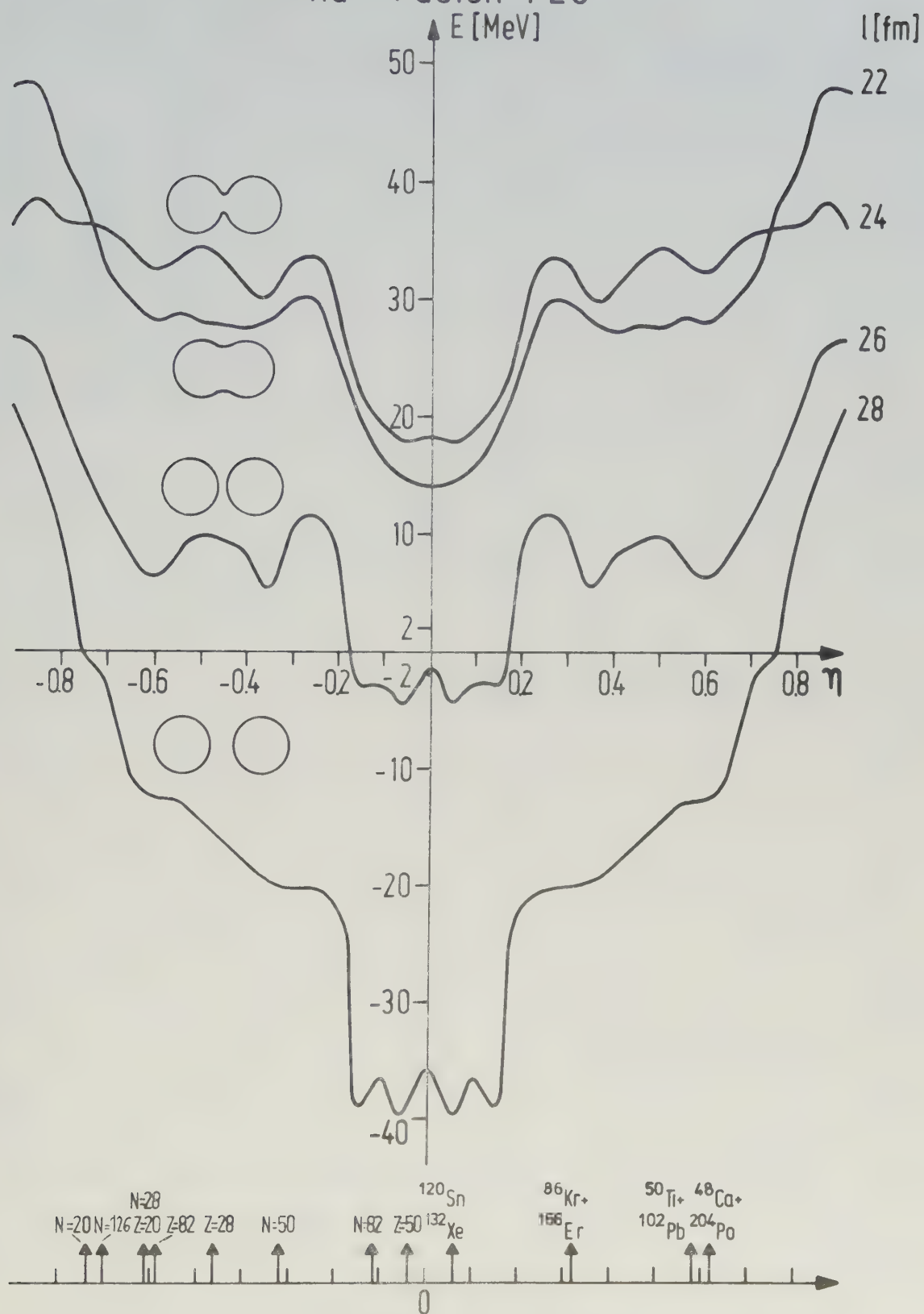
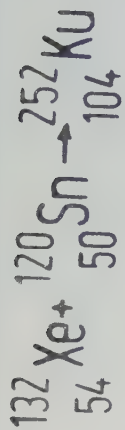


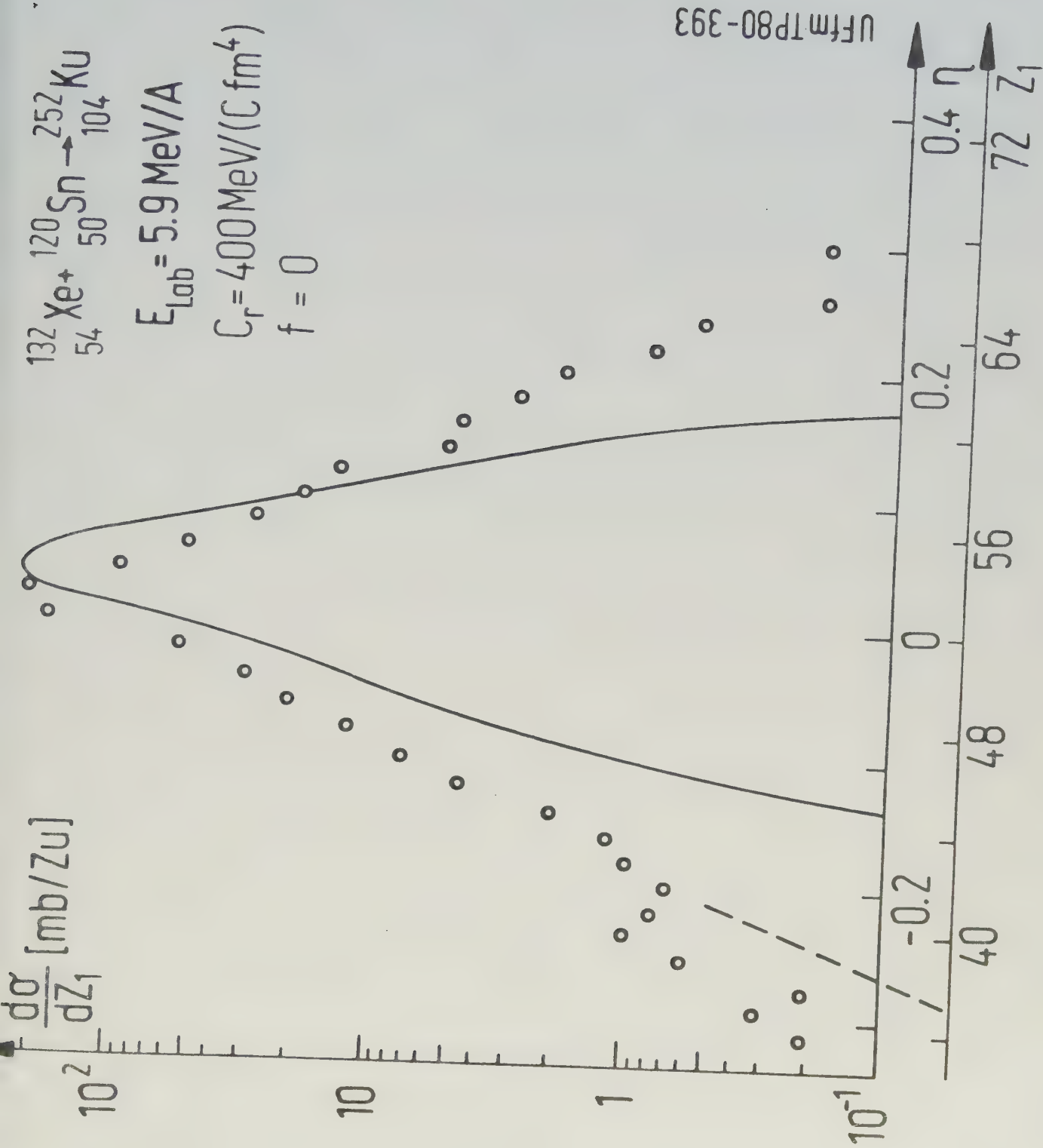
Fig.16



$$E_{\text{lab}} = 5.9 \text{ MeV/A}$$

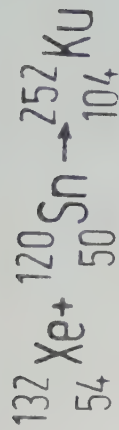
$$C_r = 400 \text{ MeV}/(\text{C fm}^4)$$

$$f = 0$$



UFTm TP80-393

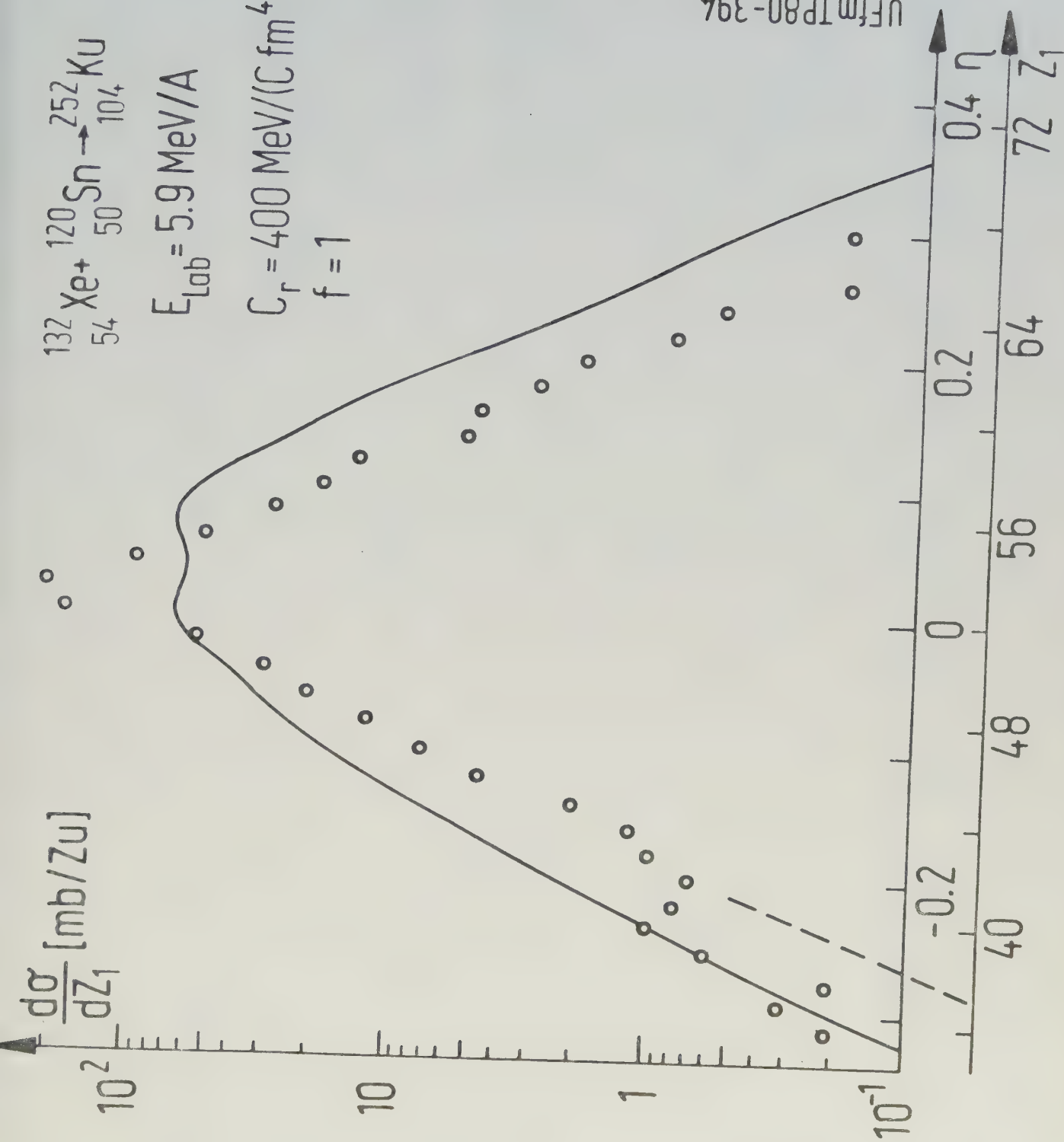
Fig.17



$$E_{\text{lab}} = 5.9 \text{ MeV/A}$$

$$C_r = 400 \text{ MeV/(C fm}^4\text{)}$$

$$f = 1$$



UFfm TP80-394

Fig.18

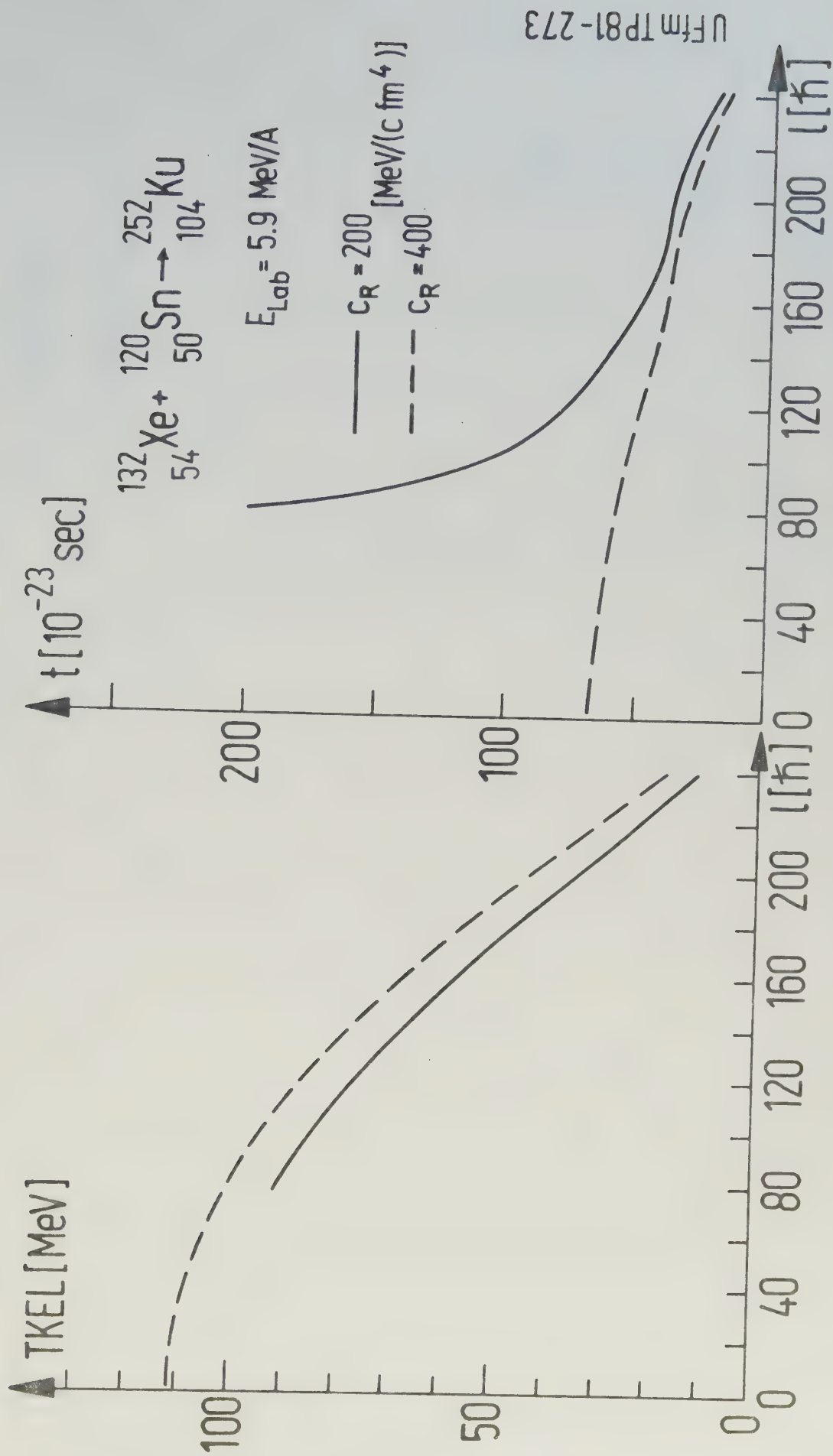


Fig.19



$$E_{\text{lab}} = 5.9 \text{ MeV/A}$$

$$C_r = 200 \text{ MeV/(C fm}^4\text{)}$$

$$f = 0$$

$$\gamma = 0$$

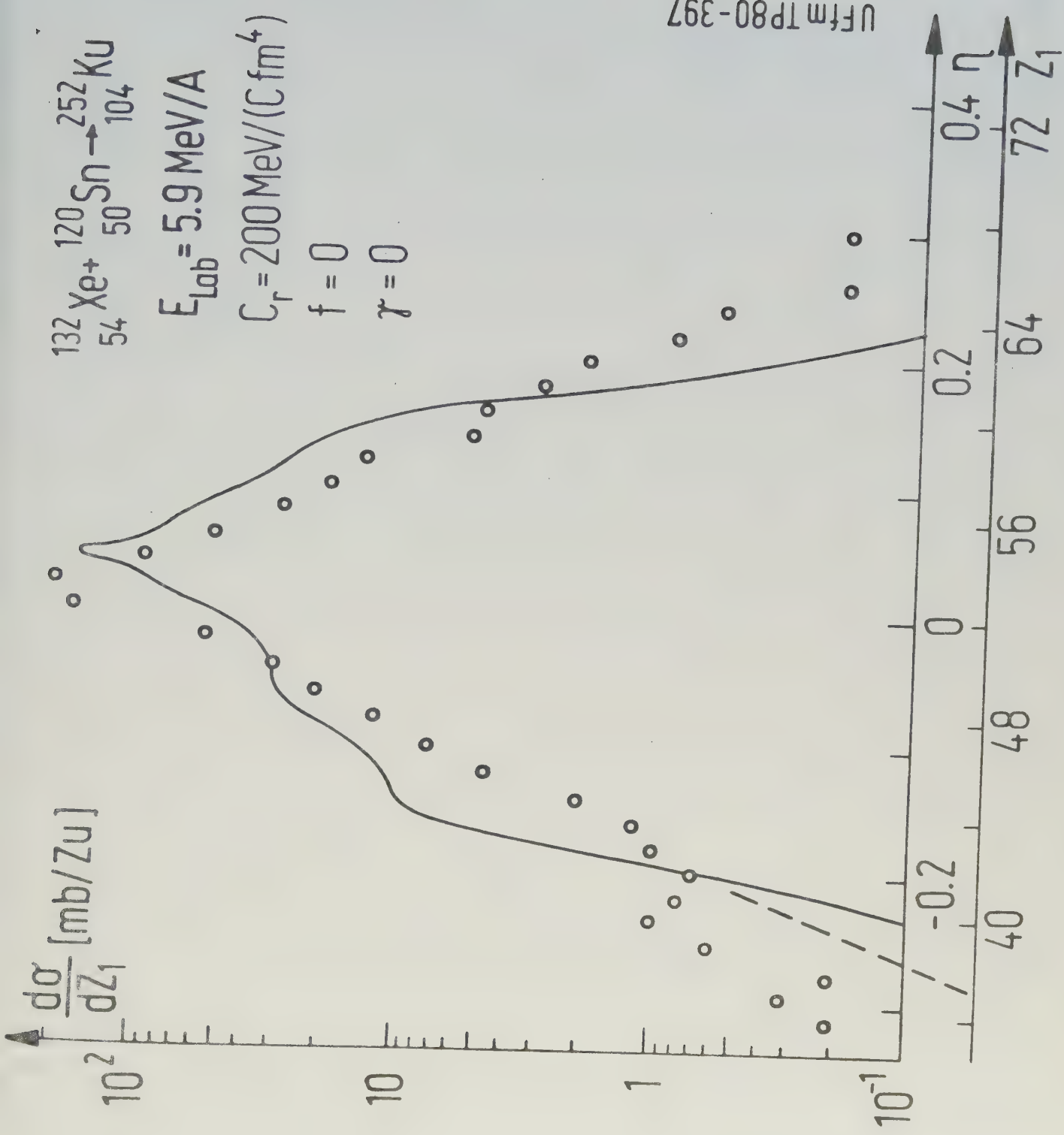


Fig.20

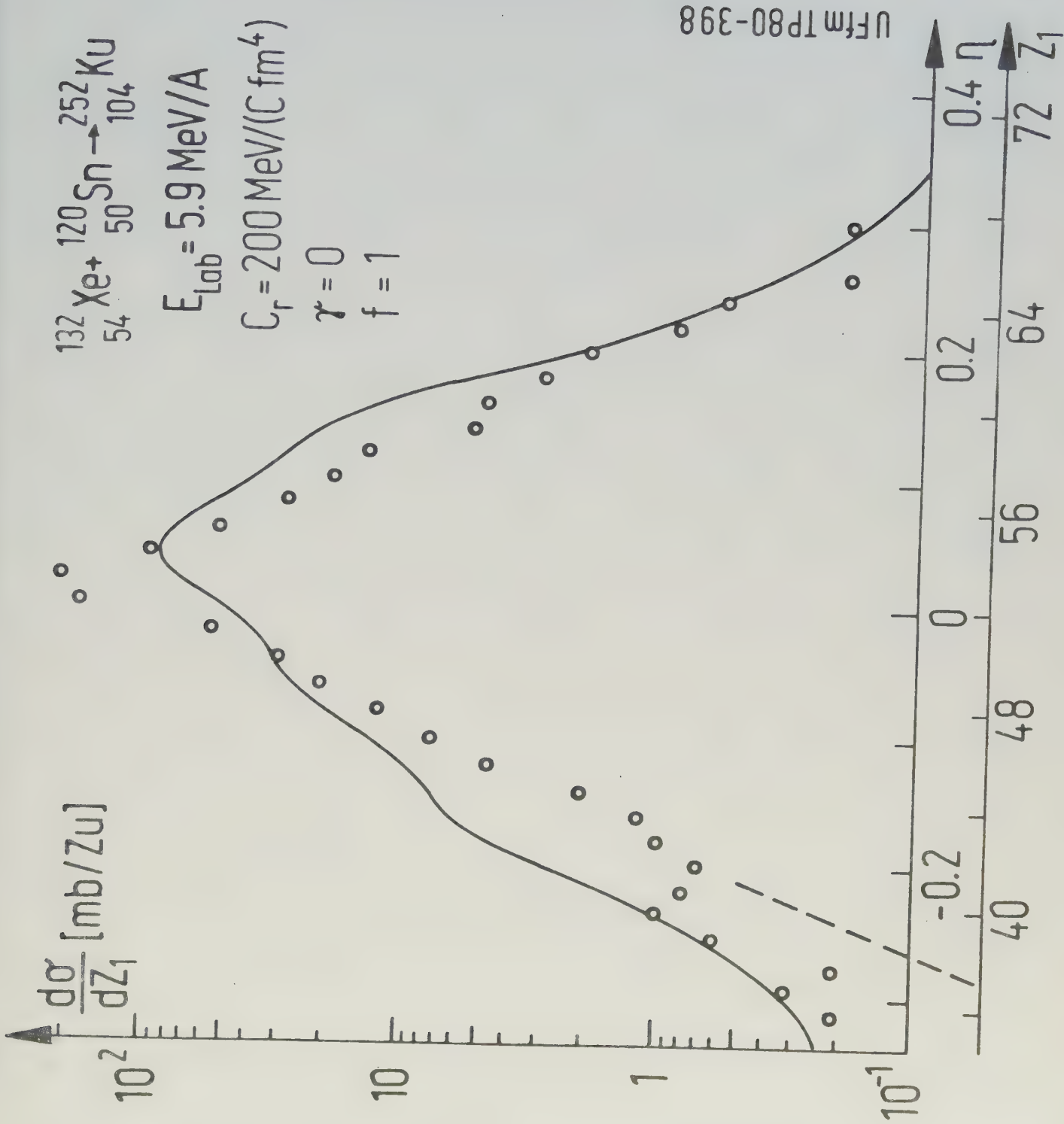


$$E_{\text{lab}} = 5.9 \text{ MeV/A}$$

$$C_r = 200 \text{ MeV/(C fm}^4\text{)}$$

$$\gamma = 0$$

$$f = 1$$



Uf fm TP80-398

Fig.21

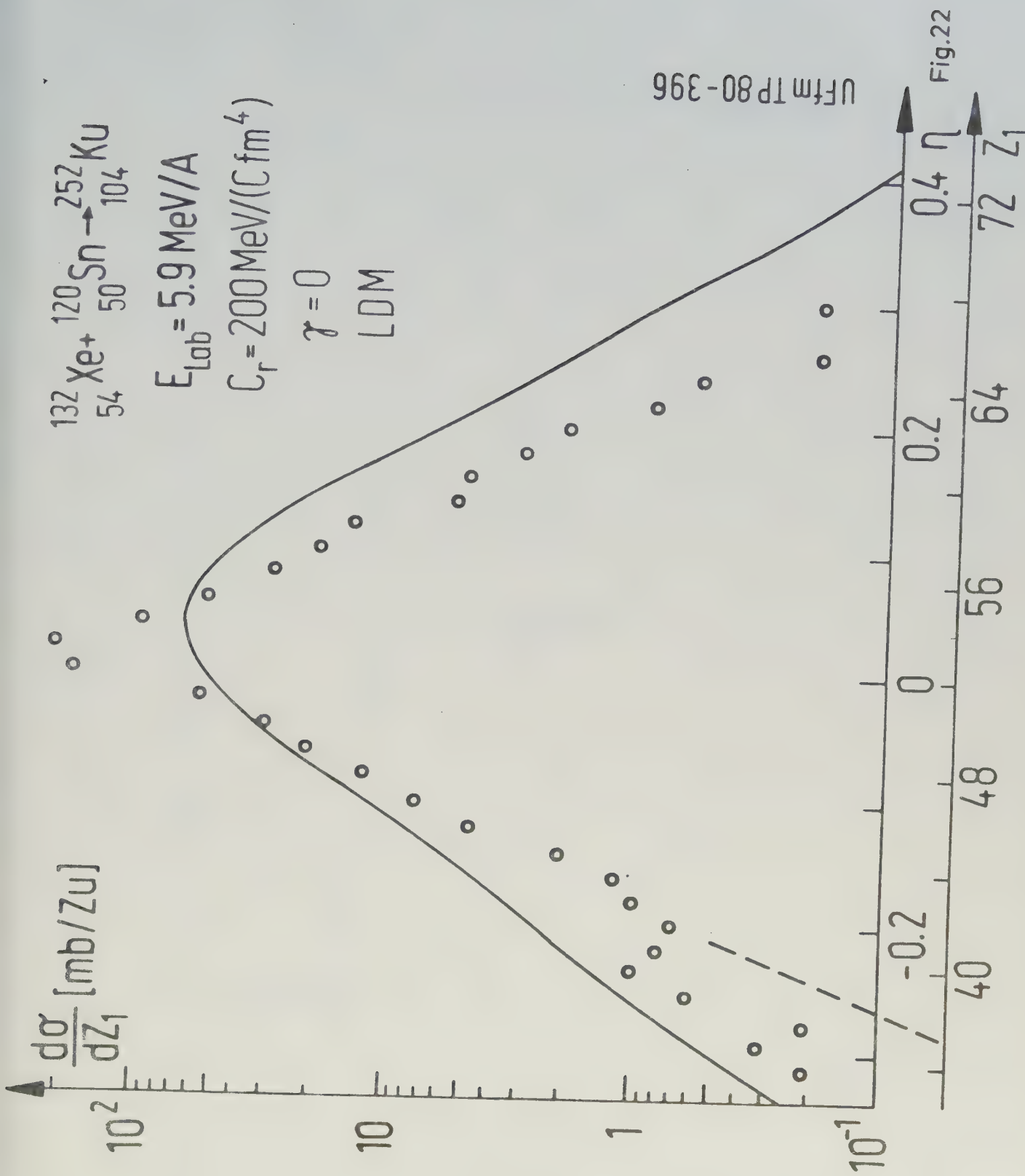


$$E_{\text{lab}} = 5.9 \text{ MeV/A}$$

$$C_r = 200 \text{ MeV/(C fm}^4\text{)}$$

$$\gamma = 0$$

LDM



UFfm TP 80-396

Fig.22

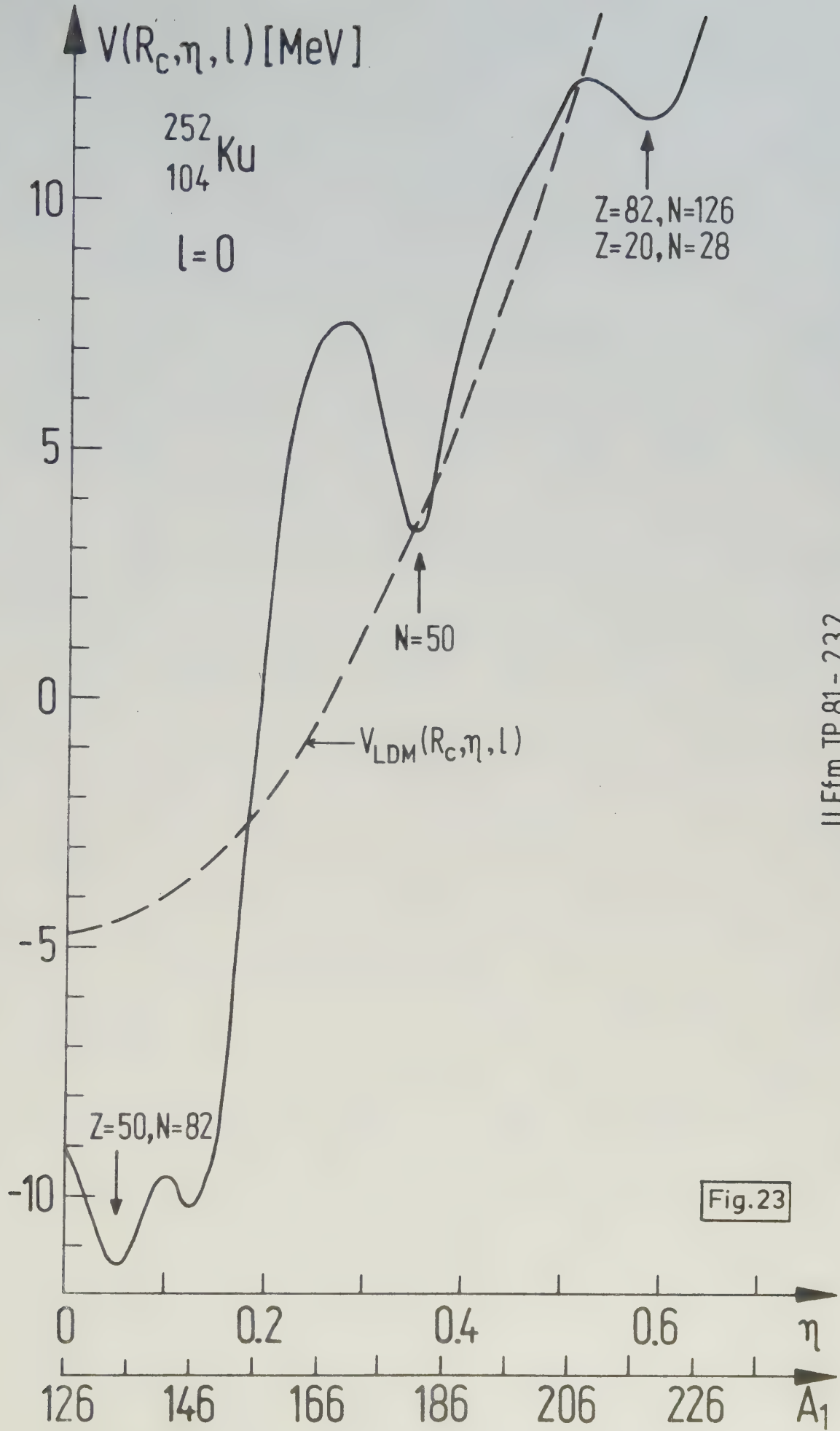
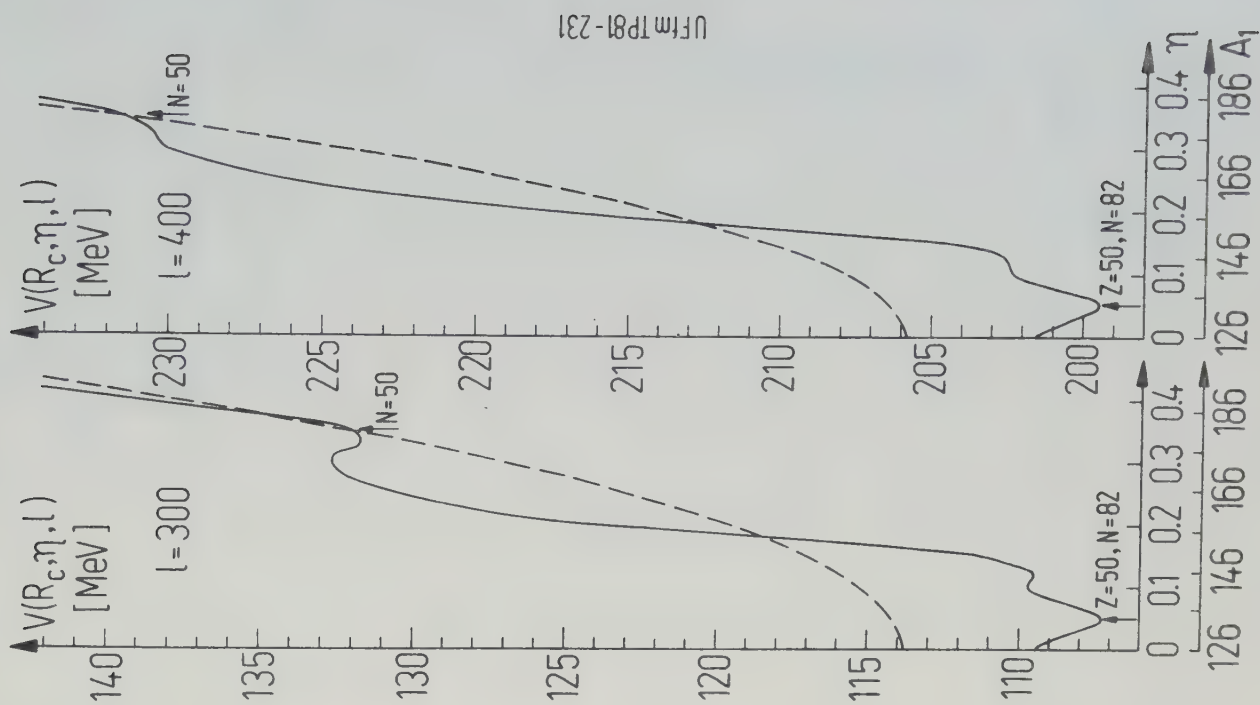
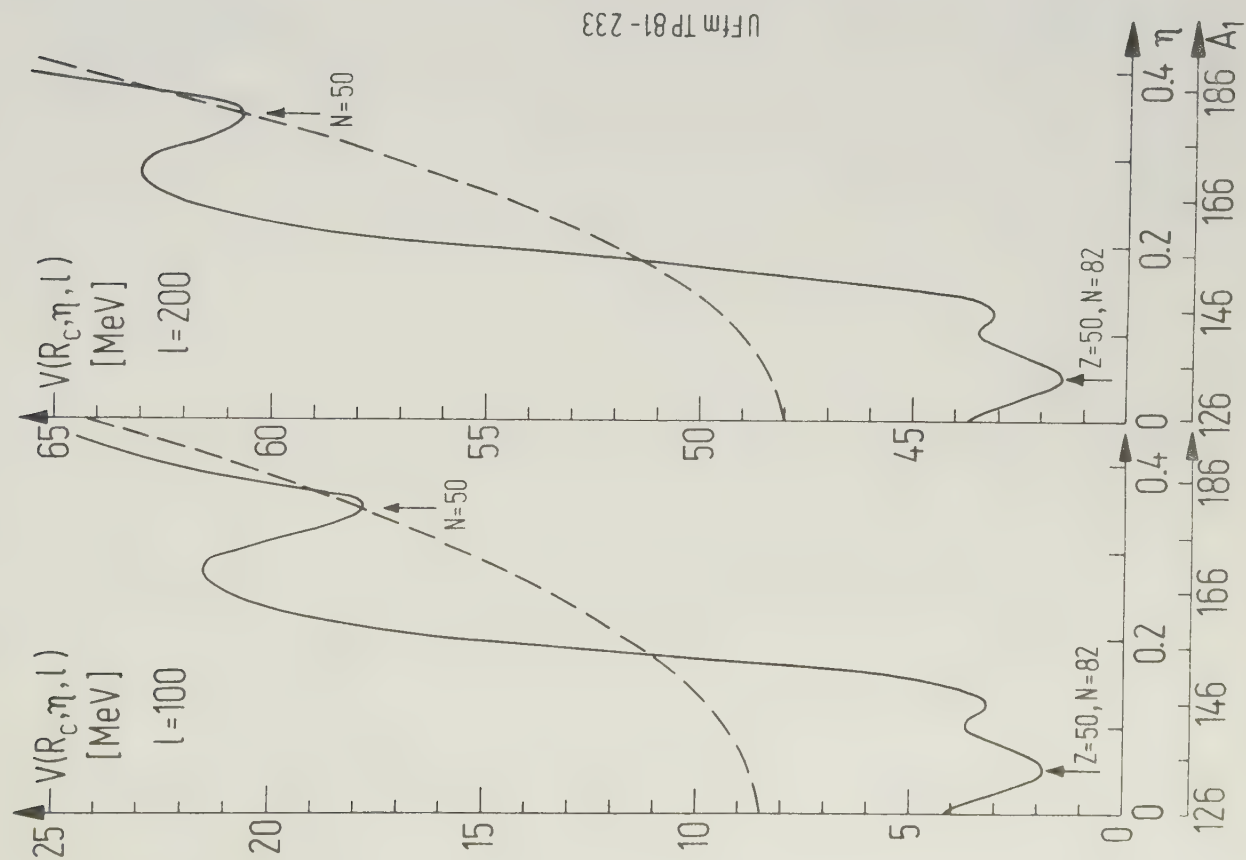


Fig.23





$$E_{\text{lab}} = 5.9 \text{ MeV/A}$$

$$C_r = 200 \text{ MeV}/(\text{C fm}^4)$$

$$\gamma = 0.1 [\text{fm}/\text{C}]^{-1}$$

$$f = 0$$

$$\frac{d\sigma}{dZ_1} [\text{mb}/Z_1]$$
 10^2
 10
 1
 10^{-1}
 -0.2
 40
 48
 0
 56
 0.2
 64
 0.4
 72
 Z_1

Uf fm TP80-395

Fig.25

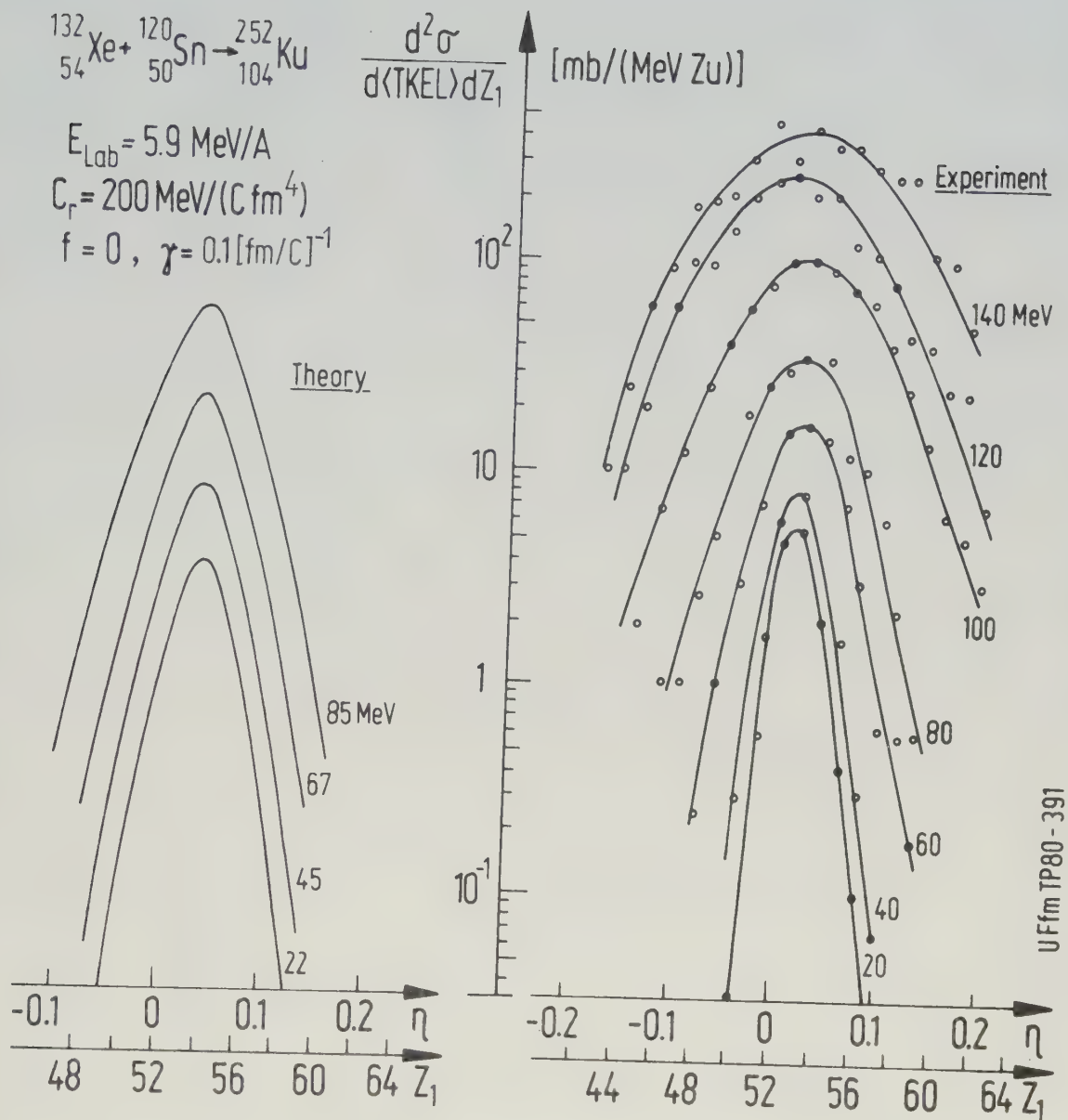


Fig.26

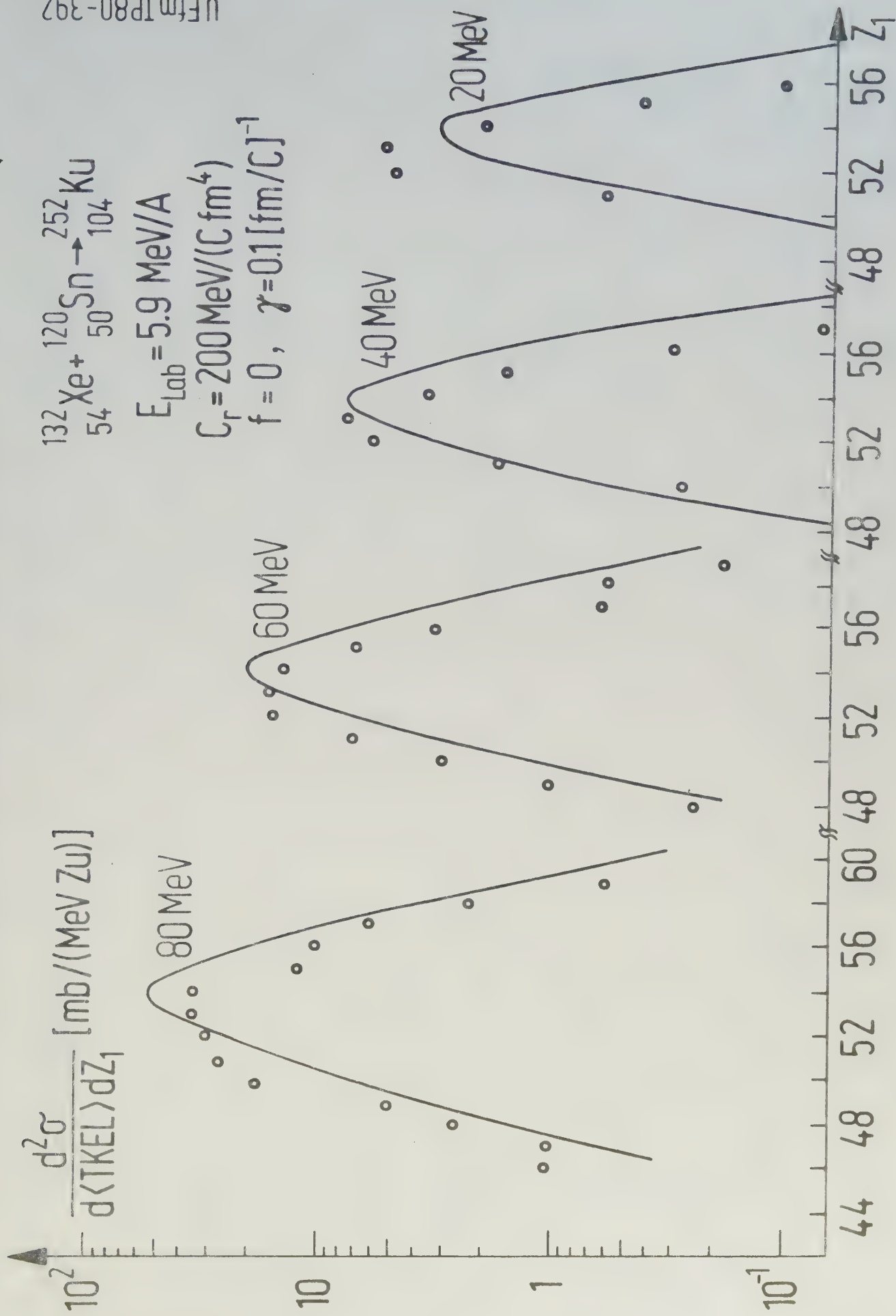


Fig. 27

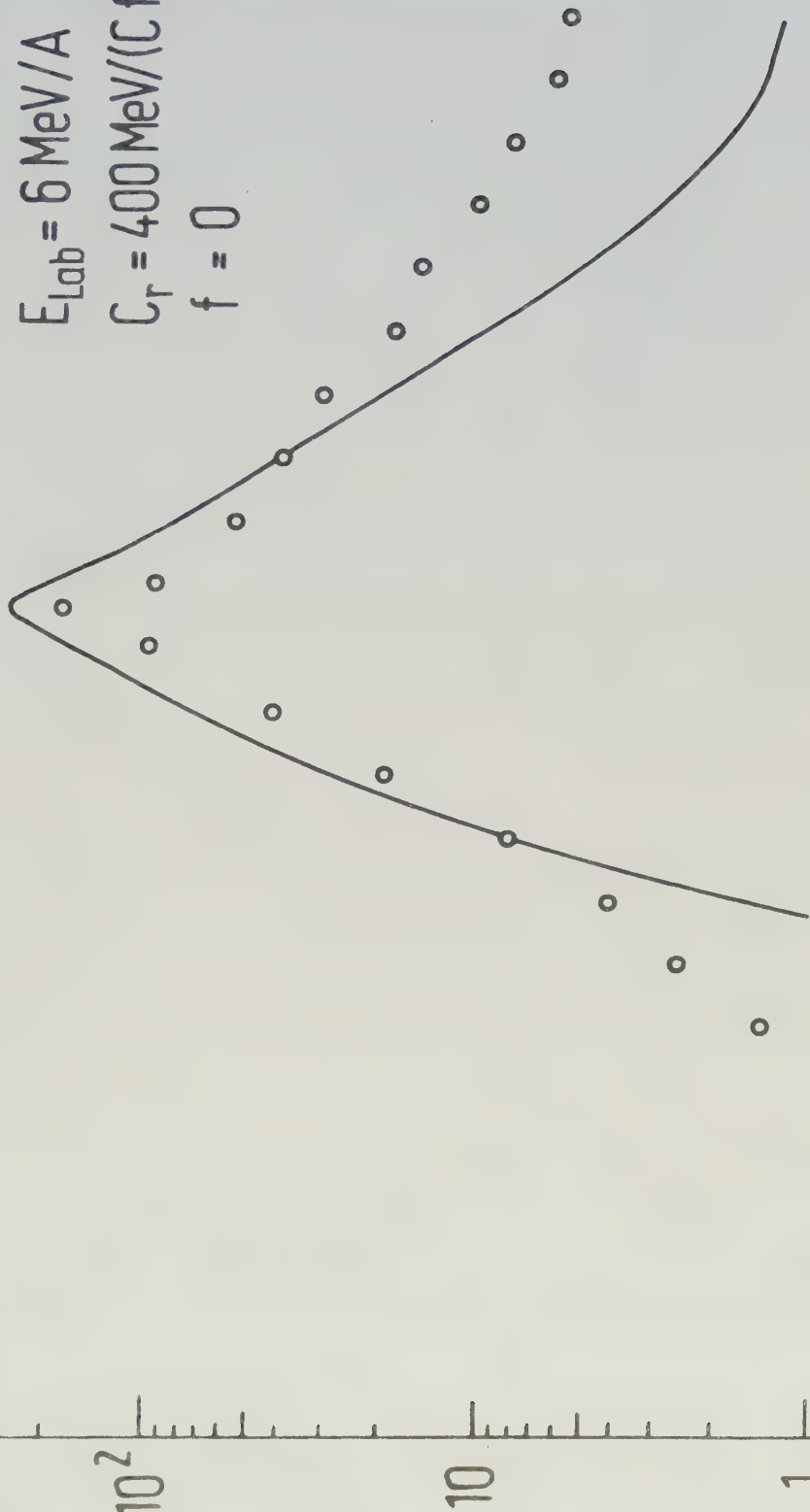
$\frac{d\sigma}{dZ_1}$ [mb/Zu]



$E_{\text{lab}} = 6 \text{ MeV/A}$

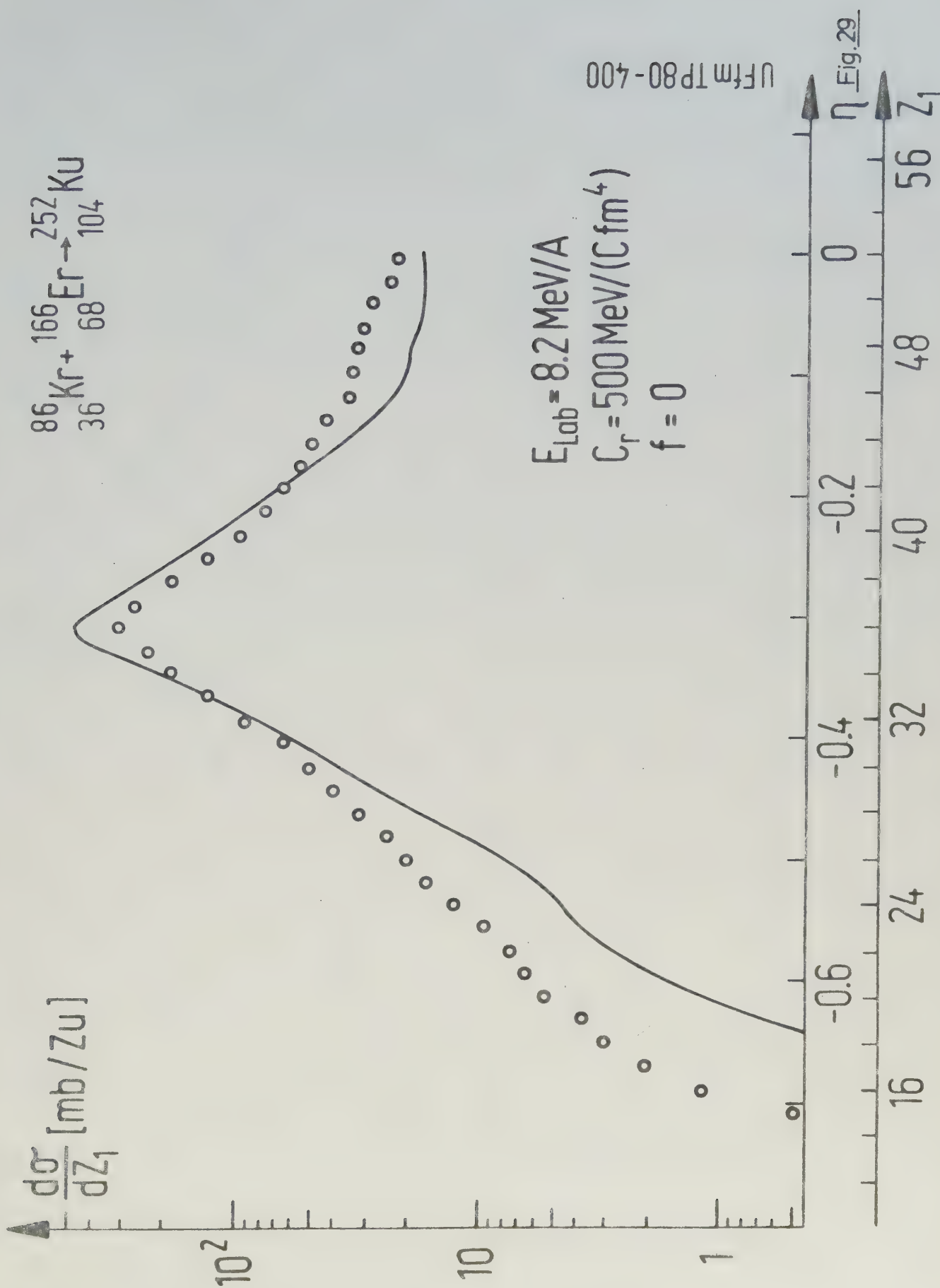
$C_r = 400 \text{ MeV/(C fm}^4\text{)}$

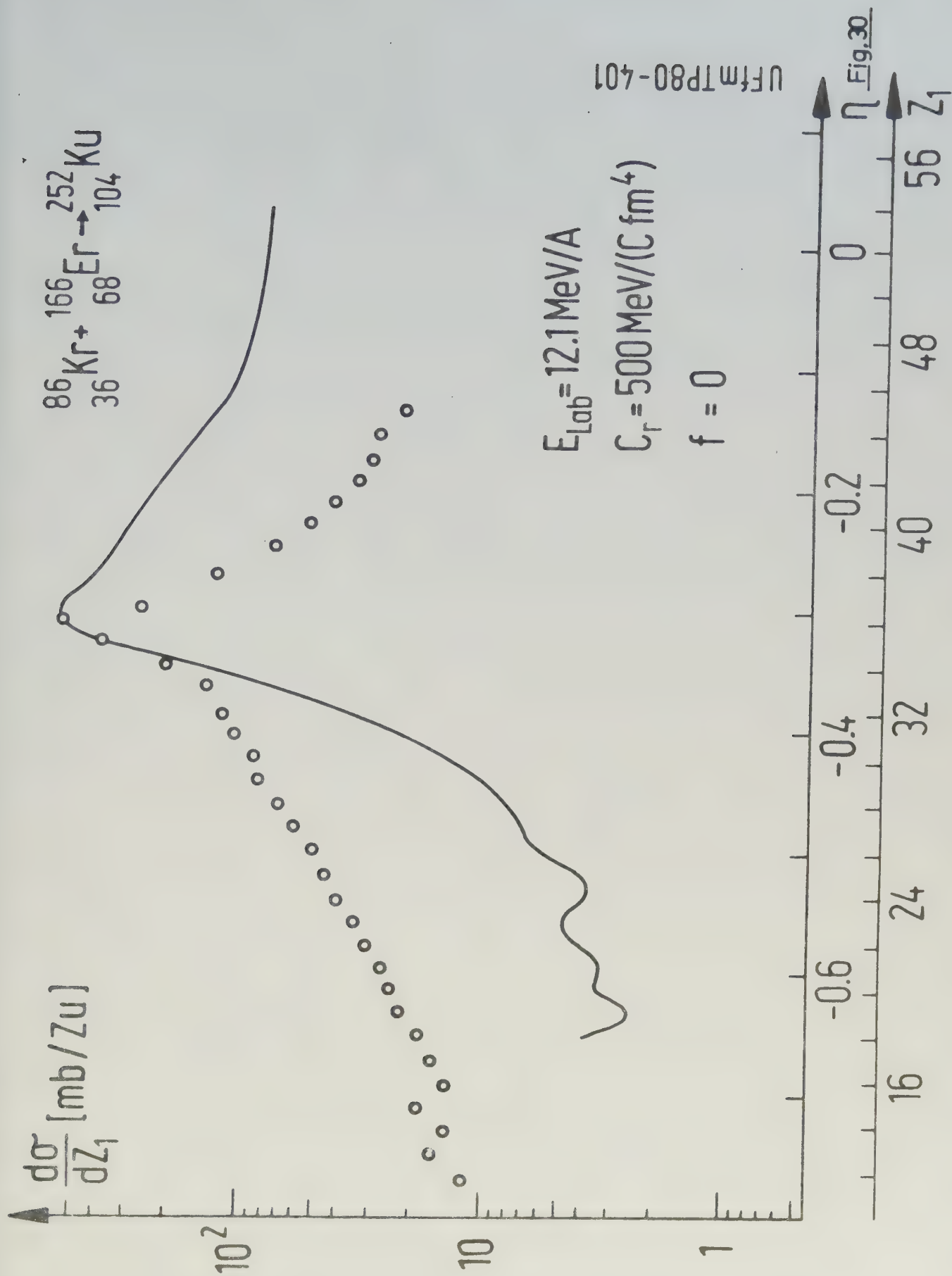
$f = 0$

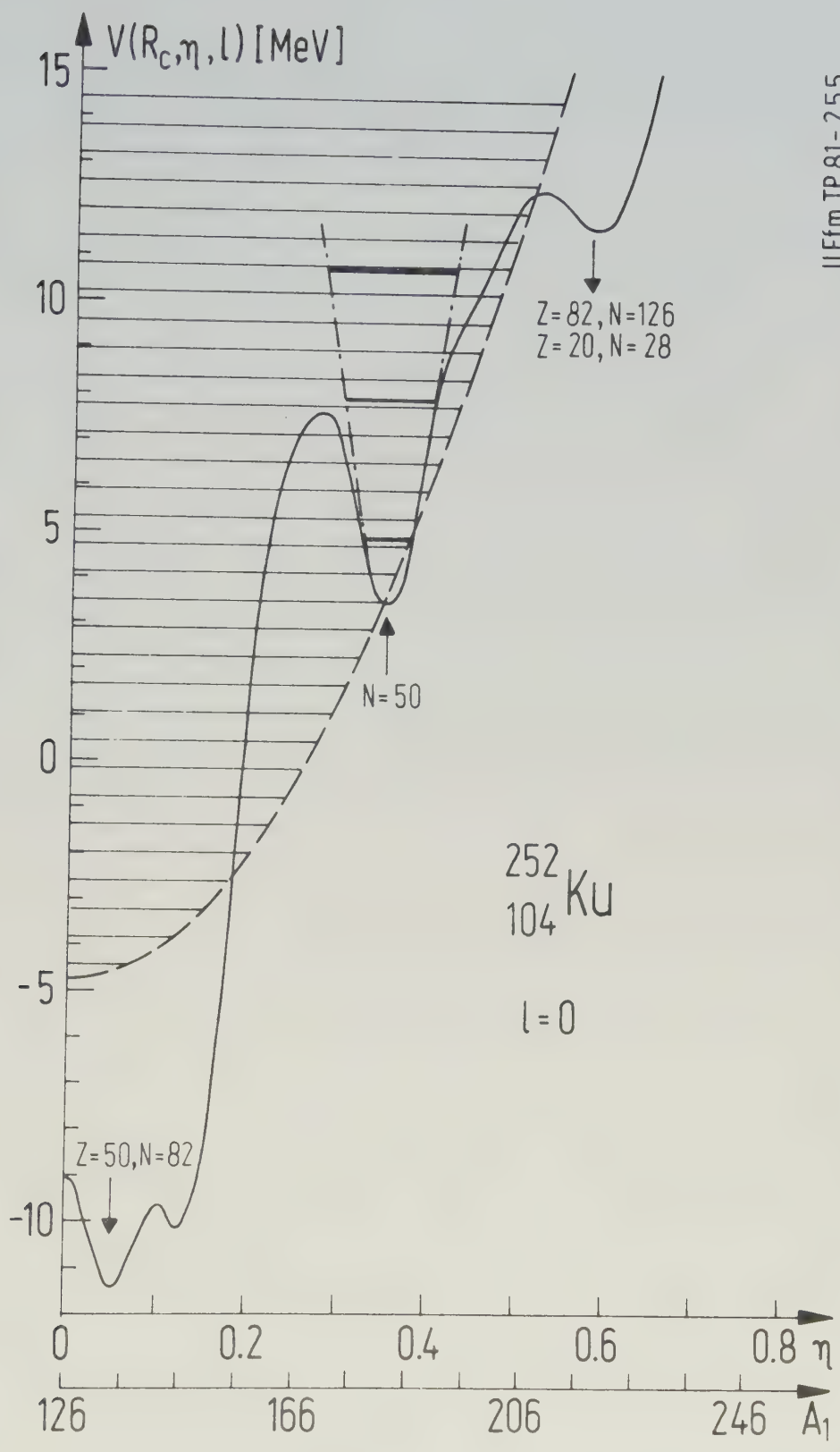


UFTm TP80-399

Fig. 28







UFFm TP 81-255

Fig.31

Ich danke meinen Eltern, die mir das Studium ermöglicht haben,
für ihre Mühen und Sorgen, meiner Frau und meiner Tochter Judith
für ihr Verständnis und ihre Geduld.

Meinem Lehrer, Herrn Prof. Dr. W. Greiner, danke ich für die Anregung und sein Interesse an dieser Arbeit, meinen Kollegen
Prof. Dr. J. A. Maruhn, Prof. Dr. R. Y. Cusson,
Prof. Dr. A. Sandulescu, Dr. A. Gobbi, Dr. H.-J. Lustig,
Dr. M. Petrovic, Dr. H. Sann, K.H. Ziegenhain, K. Depta und
M. Uhlig für viele hilfreiche Diskussionen und ermutigende Worte.

Den Herren Dr. H.-J. Lustig und K.H. Ziegenhain danke ich für die Überlassung einiger Programme, der Gesellschaft für Schwerionenforschung (GSI) für die zur Verfügung gestellte Rechenzeit.

Mein Dank gilt ferner Frau B. Utschig für das Ausführen der Zeichnungen, Frä. I. Keller für das Tippen und Herrn P. Holzmann für den Druck der Arbeit.

Am 02. Juli 1950 wurde ich als Sohn des Malers und Lackierers Heinrich Hahn und dessen Ehefrau Elisabeth Hahn, geb. Hoier in Hausen, Kreis Offenbach, geboren. Von 1956 - 1960 ging ich in die Volksschule in Hausen, danach in die Friedrich-Ebert-Realschule in Mühlheim, die ich 1966 mit dem Zeugnis der Mittleren Reife verließ. Anschließend besuchte ich den mathematisch-naturwissenschaftlichen Zweig des Rudolf-Koch-Gymnasiums in Offenbach und erhielt im Juni 1968 das Zeugnis der Reife. Vom Wintersemester 1968/69 an studierte ich Physik und Mathematik an der J.W.Goethe Universität in Frankfurt, bestand 1970 die Diplom-Vorprüfung und im Juni 1975 die Diplom-Hauptprüfung in Physik. Am Institut für theoretische Physik der Universität arbeitete ich unter Leitung von Prof. Dr. W. Greiner auf dem Gebiet der Schwerionenphysik, insbesondere über Mehrfachspaltung von Atomkernen. Meine Diplomarbeit hatte den Titel "Zur Theorie der α -Spaltung im Zweizentren-Schalenmodell". Vom Oktober 1975 bis Dezember 1976 leistete ich meinen Wehrdienst bei der Stabskompanie der 5. Panzerdivision in Diez/Lahn. Danach kehrte ich ans Institut für theoretische Physik zurück, wo ich seit März 1977 als wissenschaftlicher Mitarbeiter tätig bin. Seit September 1975 bin ich verheiratet mit Elisabeth Hahn-Hüttermann, geb. Hüttermann. Wir haben drei Töchter.

Meine akademischen Lehrer waren die Herren Professoren Greiner, Martienssen, Köthe, Schwarz, Schopper, Müser, Stelzer, Scheid, Dreizler und Frau Professor Reichert.

